

# Hysterese in een gloeilamp

Ad Mooldijk  
Universiteit Utrecht

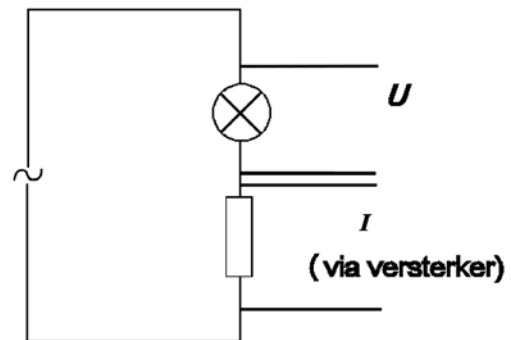
Een gloeilamp op wisselstroom blijkt ietsje in sterkte te fluctueren bij een frequentie van 100 Hz. Bij lage frequenties zie je de lamp ook aan en uit gaan. Verrassender is dat bij frequenties tussen 0,1 Hz en 10 Hz in het spanning-stroom-diagram een hysterese-effect zichtbaar is, dat afhankelijk is van de frequentie. Leerlingen komen normaal weinig in aanraking met periodieke verschijnselen die afhangen van de voorgeschiedenis. Omdat dit verschijnsel goed is te meten, vanuit de theorie goed te begrijpen is en ook eenvoudig te modelleren, leent het zich prima voor een onderwijsleergesprek over warmteopname en -afgifte of een praktische opdracht in de bovenbouw vwo.

## Het verschijnsel

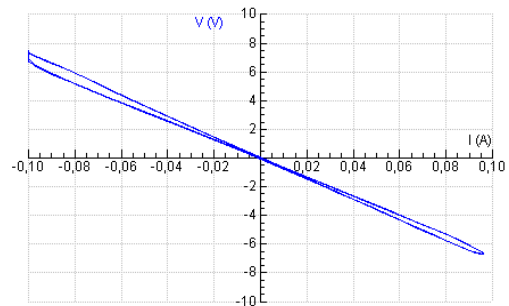
Sluit een lampje in serie met een weerstand van  $1,0\Omega$  aan op een toongenerator. Bij een frequentie van rond 1 Hz zie je het lampje dan aan en uit gaan. Niet echt spectaculair.

Als je echter de spanning over het lampje meet en de stroomsterkte door het lampje via de spanning uitzet tegen de stroomsterkte, dan zie je iets merkwaardigs! De grafiek van spanning als functie van de stroom loopt bij het toenemen van de spanning anders dan bij het afnemen. Hoe de grafiek loopt is afhankelijk van de voorgeschiedenis, een hysterese-effect.

Het blijkt echter ook nog af te hangen van de frequentie hoe dit diagram er precies uitziet! Bij 0,01 Hz is er sprake van slechts een enkele lijn en is geen hysterese zichtbaar. Bij 50 Hz is ook sprake van een enkele lijn. Het hysterese-effect is goed zichtbaar zo tussen 0,1 Hz en 10 Hz.



Figuur 1. schakelschema



figuur 2: Diagram bij 10 Hz

## Theoretische uitwerking:

Een verklaring voor dit fenomeen moet gezocht worden in de opwarming en afkoeling van de gloeidraad, die blijkbaar rond de 1 Hz zorgt dat de temperatuur van de gloeidraad bij opwarmen en bij afkoelen achterloopt bij het toe- en afnemen van de spanning.

Het vermogen dat de gloeidraad opwarmt is te berekenen met  $P_{in} = U \cdot I$ . De spanning varieert als een sinusfunctie van de tijd. De bijbehorende stroomsterkte is te berekenen met

$I = \frac{U}{R}$ .  $R$  is de weerstand die afhankelijk is van de temperatuur. In Binas is een

temperatuurscoëfficiënt  $\alpha$  voor de weerstand te vinden en we kunnen de weerstand  $R_T$  dan ook schrijven als  $R_T = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$  met  $R_0$  de weerstand bij kamertemperatuur.

Het vermogen van de warmte die de gloeidraad afstaat komt vooral van uitstraling van energie, nemen we aan. In een hete lamp zal ook sprake zijn van convectie, dat wordt echter verwaarloosd. Voor de uitstraling geldt dan  $P_{uit} = \sigma \cdot A \cdot T^4$ . De instraling van de omgeving

$P = \sigma \cdot A \cdot T_0^4$  moet dan nog bij het inkomend vermogen opgeteld worden.

Om berekeningen met uitstraling te kunnen maken, moet een schatting gemaakt worden van het uitstralende oppervlak, van de lengte van de wolfram draad en zijn temperatuur. De gemiddelde gloeidraad is in een spiraal gewikkeld en daarna nog eens als spiraal opgevouwen! Een paar aannames zijn daarom nodig (Claus, Ralich et al. 2001). Ga uit van een draad van 4 cm lengte, met een weerstand van  $R = 80 \Omega$  bij een temperatuur van  $T = 2700 \text{ K}$  (6 V; 0,45 W). Als de weerstandstemperatuurcoëfficiënt  $\alpha = 4,9 \cdot 10^{-3}$  gebruikt wordt, levert dat een weerstand bij kamertemperatuur ( $T_0$ ) op van  $R_0 = 5,6 \Omega$ . Met behulp van de soortelijke weerstand  $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$  levert dit een straal op van de doorsnede van de draad van  $r = 12 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . en een massa van de draad van  $m = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ . beschouw voor de uitstraling de de gloeidraad als een cilinder. Ga uit van een effectieve lengte van de gloeidraad van 2 cm en een doorsnede van de spiraal-cilinder van 2 mm. Dat levert een stralend oppervlak op van  $A = 63 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ .

### Van theorie naar model

De bij elkaar gezochte gegevens en relaties kunnen in een model gezet worden. Bij gebruik van een grafische modelomgeving als Powersim, levert dat een schijnbaar ingewikkeld plaatje op. Bij nadere bestudering valt dat wel mee. De ruitjes stellen constanten voor, achter de rondjes schuilen de relaties die hierboven behandeld zijn. De rechthoek is de warmte in de gloeidraad waar energie bijkomt door de stroom en energie uitgestraald wordt. In de modelomgeving van Coach5 zijn de relaties tussen de grootheden minder goed zichtbaar. De tijdstap is bij coach wel zichtbaar en het is relatief eenvoudig om een opgemeten diagram en een modeldiagram met elkaar te vergelijken.

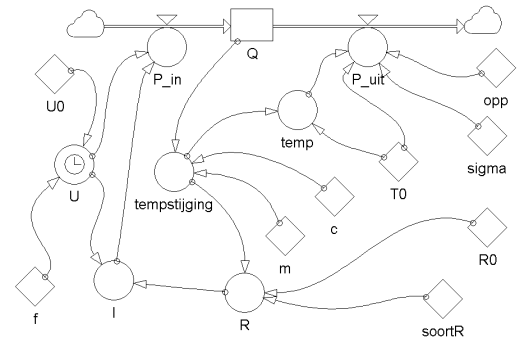
Het model levert diagrammen die lijken op de diagrammen van de metingen. De verschillen die optreden van 0,1 Hz naar 10 Hz treden ook netjes bij de modellen op! De diagrammen van meting en model overlappen niet geheel in Coach5, wat waarschijnlijk te wijten is aan tweede orde temperatuurafhankelijkheid van de weerstand en het niet precies kloppen van aannames over de gloeidraad. De overeenkomst in gedrag is echter frappant. Het verschijnsel leent zich goed voor een praktische opdracht, zeker als de leerlingen modelleren gehad hebben.

### Nadere verfijning van het model.

Bestudering van de literatuur (Menon and Agrawal 1999) geeft aan dat de weerstand zich bij grotere temperaturen niet meer gedraagt zoals in de middelbare schoolstof wordt gesuggereerd. Het handbook of chemistry and physics (Weast 1978) geeft een temperatuurafhankelijk van de weerstand van wolfram die goed benaderd wordt door

$$R = R_{273} \left( \frac{T}{273} \right)^{1,2}$$

. Deze benadering is in een uitgebreider model gebruikt.



figuur 3: Een Powersimmodel

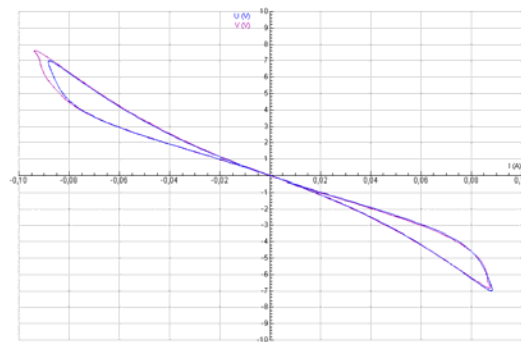
```
'model
R=R0*(1+4,9e-3*(T-To))
U=U0*sin(2*pi*f*tijd)
I=U/R 'stroomsterkte
Pin=U*I 'vermogen draad in
Puit=sigma*Auit*(T^4-To^4) 'idem uit
Q=Q+(Pin-Puit)*dt 'warmte in draad
T=Q/m/c+To 'temperatuur
tijd=tijd+dt 'nieuwe tijd
I=-I 'om diagram te vergelijken met
'de gemeten waarden
```

figuur 4. model in coach

```
R0=5,0 'weerstand bij 300 kelvin
To=300 'omgevingstemperatuur in K
tijd=0 'starttijdstip in s
f=0,1 'frequentie in Hz
dt=0,002 'tijdstap in s
T=3000 'temperatuur gloeidraad in K
U0=7 'maximale spanning in V
sigma=5,67e-8 'constante van Boltzmann
Auit=83e-9 'uitstralend oppervlak draad in m^2
m=0,3e-6 'massa gloeidraad in kg
c=0,135e3 'soortelijke warmte wolfram in J/kg/K
Q=m*c*(T-To) 'warmte in gloeidraad in J
```

figuur 5. startwaarden in Coach

De warmteafgifte van de gloeidraad gedraagt zich ook anders dan eerst is aangenomen. Ten eerste is de gloeidraad niet te beschouwen als een zwarte straler. De mate waarin de gloeidraad zich als zwarte straler gedraagt blijkt temperatuurafhankelijk te zijn. Verder zal bij hogere temperaturen toch sprake zijn van wat gasvulling die convectie veroorzaakt. Volgens de literatuur (Prasad and Mascarenhas 1978) zou de emissiecoëfficiënt ruwweg evenredig met de temperatuur moeten zijn voor een vacuümlamp, terwijl een gasgevulde lamp (met verwaarlozen van convectieverliezen) een constante coëfficiënt zou opleveren.



figuur 6: meting en uitgebreid model bij 1 Hz

Door in het gebruikte model niet uit te gaan van een constante emissiecoëfficiënt voor de uitstraling maar de emissiecoëfficiënt met de wortel uit de temperatuur te laten toenemen, blijkt het model verassend goed de gemeten afhankelijkheid en hysteresis te tonen bij de verschillende frequenties.

Voor een goede overeenkomst met de grafiek van de meting is per frequentie aanpassing van de starttemperatuur nodig omdat anders het model met een verkeerde temperatuur begint, terwijl de meting gedaan wordt als de schakeling al even werkt. Alleen als de meting bij 10 Hz vergeleken wordt met het model, dan is een minimale aanpassing van de gebruikte weerstand nodig van 2% om een goede fit te krijgen.

## Conclusie

Een meting bij lage frequenties levert een hysteresisgedrag op, wat zichtbaar te maken is met een computer (of storagescoop). Dit hysteresisgedrag is goed te modelleren met op het vwo bekende formules. Als tweede orde effecten in het model ingebracht worden, is de overeenkomst tussen theorie en experiment zelfs frappant te noemen!

## Literatuur en verwijzingen:

Het programma Powersim vindt u met lesmateriaal op <http://www.cdbeta.uu.nl/model>  
 Informatie over het programma Coach op <http://www.cma.science.uva.nl/indexnl.html>  
 De gedane metingen, de modellen in Coach5 en Powersim vindt u op de NVOX-site (<http://www.nvon.nl/nvox>.)

Claus, D. A., R. M. Ralich, et al. (2001). "Hysteresis in a light bulb: connecting electricity and thermodynamics with simple experiments and simulations." European Journal of Physics **22**: 385 - 394.

Menon, V. J. and D. C. Agrawal (1999). "Switching time of a 100 watt bulb." Physics Education **34**(1): 34 - 36.

Prasad, B. S. N. and R. Mascarenhas (1978). "A laboratory experiment on the application of Stefan's law to tungsten filament electric lamps." American Journal of Physics **46**(4): 420 - 423.

Weast, R. C., Ed. (1978). CRC handbook of chemistry and physics : a ready-reference book of chemical and physical data.