

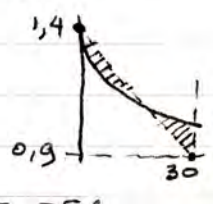
C. S. - natuurkunde - Havo - 1^e tijdvak - 10 mei 1983

1. a. $m = \rho V = 0,998 \times 10^3 \times 55 \times 10^6 \times (23-17) = 329 \times 10^9 = 0,33 \times 10^{12} \text{ kg}$.
2. $\Delta U_p = mg \Delta h = 0,33 \times 10^{12} \times 9,8 \times (23+17) = 65 \times 10^{12} \text{ J} = 6 \times 10^{13} \text{ J}$
- b. $P = \frac{W}{t} = \frac{65 \times 10^{12} \text{ J}}{20 \times 3600 \text{ s}} = 9,0 \times 10^8 \text{ W} = 9 \times 10^8 \text{ W}$.
- c. $t = \frac{U}{P} = \frac{936 \times 65 \times 10^{12}}{60 \times 10^6} = 1,01 \times 10^6 \text{ s} = 280 \text{ h} = 0,3 \times 10^3 \text{ h}$.
- d. 1. $m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot v \cdot t = 60 \times 10^6 \cdot 1,29 \times 1,00 \times 6,0 \times 1 = 7,7 \text{ kg}$.
2. $U_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 7,7 \times 6,0^2 = 139 = 0,14 \times 10^3 \text{ J} = 0,14 \text{ kJ}$.
3. $U_k \sim m v^2 \sim v \cdot v^2 = v^3 \Rightarrow U_k = 2^3 \times 0,14 = 1,1 \text{ kJ}$.
- e. Door omhoogtransformeren van de primaire spanning kan de stroomsterkte in de transportleidingen verlaagd worden en daarmee 't vermogensverlies.

2. a. $m = \frac{c}{4\pi^2 f^2} = \frac{4,3}{4\pi^2 \cdot 1,1^2} = 0,09 \text{ kg}$
- b. 1. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,1} = 0,91 \text{ s} \Rightarrow t = \frac{1}{4} T = 0,23 \text{ s}$.
2. (zie figuur) $u = r \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{u}{r} = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = 41,8^\circ$
 Doorlopen hoek = $41,8 + 90 = 131,8^\circ \Rightarrow t = \frac{131,8}{360} T = 0,366 \times 0,91 = 0,33 \text{ s}$.
- c. In P is $V_{\text{ind}} = 0 \Rightarrow$ magneet in rust tov. de spoel \rightarrow magneet in een uiterste stand.
- d. In de gesloten kring gaat een I_{ind} lopen, waardoor energie gedissipeerd wordt.
- e. Magneet II neemt energie op uit spoel II, welke weer afkomstig was van magn. I.
- f. Voor bespreking van en kritiek op deze vraag (en opmerkingen over vraag d): zie hierna de overdrukken van artikelen in NVON-blad - april 1986 van Jaap Smit.



- 3 a. -
- b. 1. $\sum M_{\text{tot. P}} = 0 \rightarrow F_2 \cdot 0,65 - 2,6 \times 10^{-2} \cdot 4,9 = 0 \rightarrow F_2 = 0,20 \text{ N} \rightarrow m = 20 \text{ g}$.
- c. $\Delta U_p = mg \Delta h = 0,020 \times 9,8 \times (2 \times 1,2 \times 10^{-2}) = 4,7 \times 10^{-3} \text{ J}$.
- d. 1. Na ongeveer 122 slingeringen. Daarna blijft T constant.
2. Opp. onder kromme geeft de totaaltijd \Rightarrow hokjes tellen of hulplijn (zie hiernaast) tekenen $\Rightarrow T_{\text{gemidd.}} = 1,15 \text{ s} \Rightarrow t = 30 \times 1,15 = 35 \text{ s}$.



4. a. De weerstand neemt af bij toenemende temperatuur.
- b.

t / °C	R _{NTC} / kΩ	R _{total} / kΩ	V _{NTC} (= $\frac{R_{NTC} \cdot V}{R_{\text{tot.}}}$)
10	1,79	3,59	5,0 V
30	0,78	2,58	3,0 V
50	0,40	2,20	1,8 V
80	0,14	1,94	0,72 V
- d) (Als I door voltmeter verwaarloosd mag worden:)
 Bij $t = 15^\circ \text{C}$ is $V_{\text{BD}} = 4,4 \text{ V}$
 $V_{\text{BA}} = 4,0 \text{ V}$ } $V_{\text{AD}} = +0,4 \text{ V}$
- e) Als elektronen in de geleidingsband terechtkomen, laten ze 'gaten' in de valentieband achter \rightarrow elektronenstroom + gatengestroom (door 'verspringing' van elektr.).
- f) P-type houdt in gatengeleiding \rightarrow dopering met 3-waardig Ga, waardoor 't
- c. 1. $V_{\text{AD}} = 0 \rightarrow$ door voltmeter geen I.
 $V_A - V_C = \frac{1,5}{10,0} \times 10,0 = 6,0 \text{ V}$
2. $V_{\text{BD}} = V_{\text{BA}} = 10,0 - 6,0 = 4,0 \text{ V}$
 $\rightarrow t = 19^\circ \text{C}$

Actie en reactie (II)

Een tweede voorbeeld van het gebruik van de kausale redenering is de wet van Lenz. Deze wet maakt het mogelijk om de richting van een inductiestroom te bepalen. Helaas wordt de wet door veel leerlingen en ook door leraren gebruikt om inductieverschijnselen te verklaren. De kans op verkeerde conclusies is dan groot. Ook hier een subtiel taalgebruik: de conclusie - wat er gebeurt - hoeft niet verkeerd te zijn, maar de conclusie wordt op verkeerde gronden getrokken. In dit nummer een voorbeeld uit een vroegere examenopgave van de HAVO.

De trillende magneten

Het bewuste deel van de examenopgave (1983 I, opgave 2) is opnieuw afgedrukt. Het gaat dan om de vragen d. en f. De leerlingen begrijpen bij vraag d. dat er een stroom gaat lopen (dat levert volgens de norm 1 van de 3 punten op). In de kring treedt nu een warmteontwikkeling op, hetgeen ten koste gaat van de bewegingsenergie van de trillende magneet. Op die magneet moet dus (af en toe) een „remmende” kracht werken. Maar wat lezen we nu in een veel gekochte uitwerking¹ van examenvraagstukken:

d. Na het sluiten van de schakelaar op het tijdstip t_1 ontstaat in spoel I een inductiestroom. Deze inductiestroom veroorzaakt volgens de wet van Lenz in spoel I steeds een magneetveld dat de oorzaak van zijn ontstaan - dat is de trilling van de magneet - tegenwerkt. De trilling van de magneet is na het tijdstip t_1 dus gedempt.

Daarna wordt vermeld dat de hierboven gegeven redenering met de omzetting van energie „ook goed” is.

Tja, maar de redenering met de wet van Lenz is wel fout. De wet van Lenz leidt niet tot demping, maar mogelijk tot een iets tottere frequentie³, die op de foto niet meetbaar is.

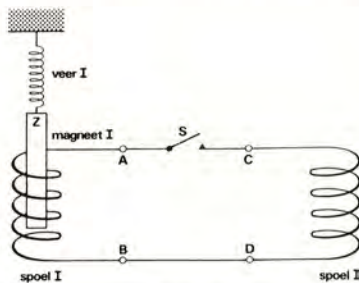
De opbouw van de rest van het vraagstuk suggereert om op kausale wijze verder te gaan. Door de trilling van de ene magneet gaat - via de inductiekoppeling - de andere magneet trillen.

Bij vraag f. wordt een redenering verlangd om te bepalen wat de polen zijn van magneet II. In feite kunnen allebei de mogelijkheden voorkomen. In het ene geval zullen de inductiespanningen elkaar

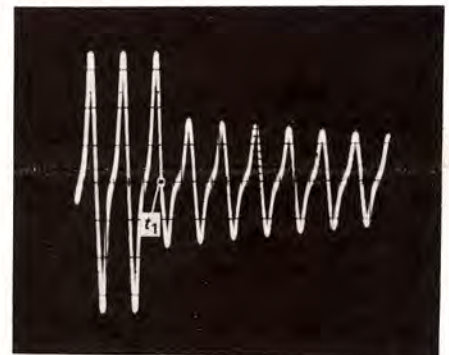
tegenwerken en is de stroom in de verbindingsdraden AC en BD nul. In het andere geval loopt er wel stroom door die draden en is de frequentie van de magneten iets groter³ en is er - door de ohmse weerstand - ook demping.

Het antwoord dat met de redenering met de wet van Lenz wordt verkregen^{1,2} (magneet II heeft aan de onderkant een zuidpool) komt overeen met het eerste geval, dus zonder stroom in de koppeldraden

De spoel (spoel I) wordt nu via een schakelaar S tevens verbonden met een identieke spoel II. Zie figuur 6. Op een bepaald tijdstip (t_1) sluiten we de schakelaar. De lichtstip doorloopt op het oscilloscoopscherm de baan, zoals weergegeven is op de foto van figuur 7.



figuur 6

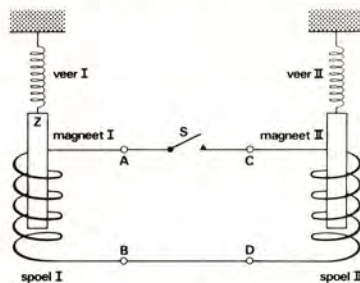


figuur 7

In figuur 7 is te zien dat na het tijdstip t_1 de amplitude van de verticale trilling van de lichtstip plotseling kleiner wordt en vervolgens geleidelijk afneemt. Het laatste betekent dat de trilling van de magneet na t_1 gedempt wordt.

d. Leg uit waarom de trilling van de magneet na het tijdstip t_1 gedempt wordt.

Vervolgens hangen we aan een tweede veer een tweede magneet gedeeltelijk in spoel II. Zie figuur 8. Beide veren en beide magneten zijn identiek.



figuur 8

We brengen magneet I in trilling, waarbij de onderkant van de magneet weer niet onder de spoel uit komt.

Schakelaar S is geopend, magneet I trilt nagenoeg ongedempt.

We sluiten vervolgens de schakelaar en zien dan dat magneet II ook gaat trillen. De frequenties van beide trillingen zijn gelijk. De amplitude van de trilling van magneet I neemt eerst af, terwijl die van magneet II toeneemt.

e. Waarom volgt uit het feit dat de amplitude van de trilling van magneet II eerst toeneemt dat de amplitude van de trilling van magneet I eerst afneemt?

De magneten trillen precies in fase.

In figuur 8 is aangegeven op welke manier de spoelen gewikkeld zijn en hoe ze met elkaar zijn verbonden. De bovenkant van magneet I is een zuidpool.

f. Bereken of de onderkant van magneet II een noordpool dan wel een zuidpool is.

Uit: HAVO-examen 1983 - I opgave 2.

* Noemen van de wet van Lenz impliceert het onttrekken van energie aan 'de oorzaak van het ontstaan van de inductiestroom'. Het commentaar van de schrijver is wat dit betreft dus onjuist. De rest is correct.

Gekoppelde trillingen

den. Dat lijkt nu extra vreemd, omdat de redenering met de wet van Lenz juist uitgaat van het lopen van een (gemeenschappelijke) stroom.

De fout is dat ten onrechte de inductiestroom als oorzaak voor de beweging van de tweede magneet is genomen. De magneten trillen doordat ze aan een veer hangen. In het geval dat er een inductiestroom loopt (magneet II heeft dan aan de onderkant de „verkeerde” pool) is er een kleine extra teruggedrijvende kracht naar de evenwichtsstand. Hierdoor ontstaat de iets hogere trillingsfrequentie³, die bij het bespreken van onderdeel d. al is genoemd.

Voetnoten

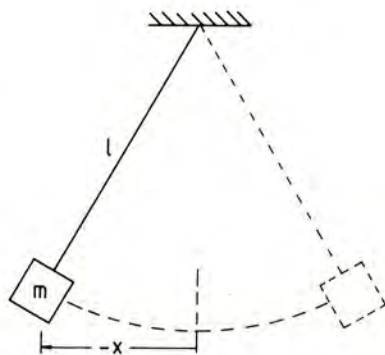
1. R. Slooten en O. G. Krant, *HAVO-examenbundel natuurkunde 1980/1984*, uitgave Onderwijspers.
2. F. J. Engelhard, *Natuurkunde HAVO uitwerkingen 1980 t/m 1983*, uitgave van Walraven.
3. Een analogon wordt besproken in een ander artikel in dit blad onder de titel „Gekoppelde trillingen”. In het kort komt het hier op neer:

De kracht die de inductiestroom op de magneet uitoefent is te vergelijken met het aanbrengen van een extra veer onderaan de magneet. De veerkracht bij een bepaalde uitwijking is nu groter. De veerconstante „C” in de formule

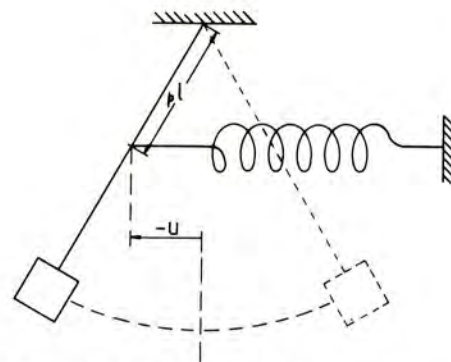
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}$$

is groter, dus is de frequentie groter. Alleen als de inductiestroom arbeid verricht (bijvoorbeeld in een ohmse weerstand warmte opwekt) ontstaat een faseverandering van de inductiestroom waardoor de trilling van de magneet wordt afgeremd.

De frequentie van een trilling is af te leiden uit de oplossing van de krachtenvergelijking. Ook bij gekoppelde slingers vinden we zo een oplossing. Het faseverschil tussen de slingers hangt af van de ‘begin’-voorwaarde: wat is de fase van de bewegende slinger als de andere slinger helemaal stil hangt. Het trillingsverloop van die slingers is namelijk identiek, afgezien van het faseverschil. Bij de meeste uitvoeringen van de proef is het faseverschil $\frac{1}{4}$. Men trekt dan één slinger opzij en laat die los.



Figuur 1.1: De slinger.



Figuur 1.2: De slinger met een veer.

Eén slinger met een veer

De situatie van figuur 1.1 is in ieder leerboek terug te vinden. De ‘teruggedrijvende’ kracht F wordt beschreven met de formule $F = -\frac{mg}{l} \cdot x = -C_s \cdot x$; C_s is de ‘veerconstante’ van de slinger.

Combinatie met $F=ma$ en $a=x''(t)$ (de tweede afgeleide naar de tijd), levert de differentiaalvergelijking

$$x''(t) = -\frac{C_s}{m} \cdot x(t) = -\frac{g}{l} \cdot x(t)$$

Een oplossing hiervan is

$$x = A \cos \omega_1 t \quad \text{met} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{C_s}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

In figuur 1.2 werkt een extra veerkracht

$$F_v = -C_v \cdot u = -C_v \cdot p \cdot x.$$

De vergelijking wordt nu

$$x''(t) = \frac{-(C_s + C_v p)}{m} \cdot x(t)$$

en de oplossing

$$x = A \cos \omega_2 t \quad \text{met} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{C_s + C_v p}{m}} > \omega_1$$

De frequentie met veer is groter dan de frequentie zonder veer.

Twee gekoppelde slingers

Op de universiteit voeren studenten de praktikumproef uit van twee gelijke slingers die door een veer gekoppeld zijn.

Elke eigen beweging is te analyseren door deze op te vatten als een superpositie van twee eigen trillingen: in figuur 2.1 trillen de slingers in fase en in figuur 2.2 trillen ze in tegenfase.

In figuur 2.1 heeft de veer geen invloed, dus ω is gelijk aan ω_1 zoals in figuur 1.1. In figuur 2.2 staat het midden M van de veer stil, dus ω is gelijk aan ω_2 zoals in figuur 1.2.

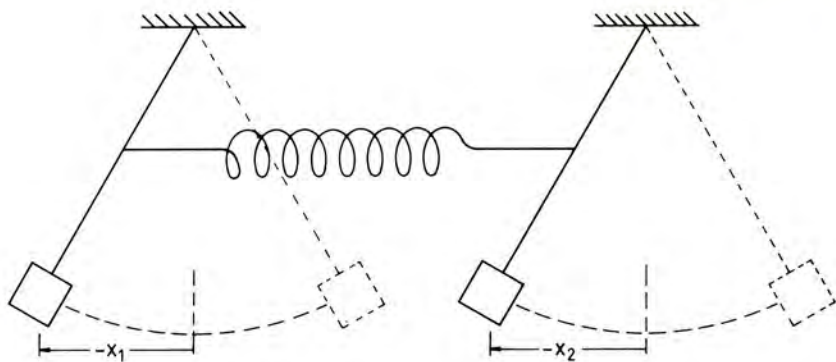
In figuur 2.1 trilt het gemeenschappelijk zwaartepunt M, in figuur 2.2 het blokje ten opzichte van dat zwaartepunt.

De beweging van het punt M wordt beschreven door

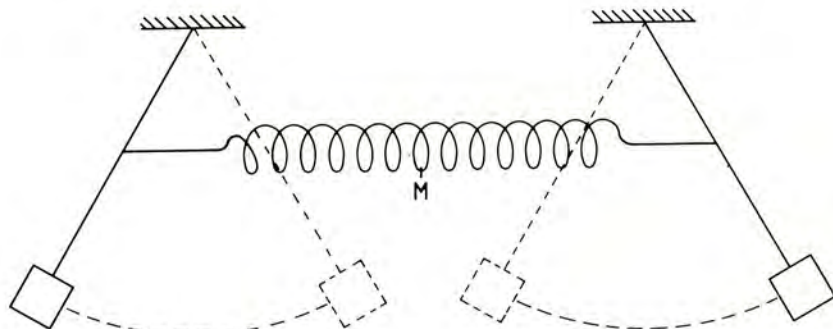
$$x_M = A_1 \cos \omega_1 t \quad (1)$$

Die ten opzichte van M wordt beschreven door

$$\begin{aligned} x_1 - x_M &= A_2 \cos \omega_2 t & \text{(linkerslinger)} \\ x_2 - x_M &= -A_2 \cos \omega_2 t & \text{(rechtterslinger)} \end{aligned} \quad (2)$$



Figuur 2.1: In fase trillen.



Figuur 2.2: In tegenfase trillen.

De samengestelde trilling

Uit de vergelijkingen (1) en (2) volgt:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t \\ x_2 &= A_1 \cos \omega_1 t - A_2 \cos \omega_2 t \end{aligned} \quad (3)$$

Als $A_1 = A_2 = \frac{1}{2}A$ zijn de formules (3) volgens de goniometrie als volgt te schrijven:

$$\begin{aligned} x_1 &= A \cos \omega t \cdot \cos \Delta \omega t \\ x_2 &= A \sin \omega t \cdot \sin \Delta \omega t \end{aligned} \quad (4)$$

Hierbij is $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ en

$$\Delta \omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$$

In figuur 3.1 en 3.2 zijn de grafieken van x_1 en x_2 getekend voor de waarden $\omega_1 = \frac{7}{8}\omega$ en $\omega_2 = \frac{9}{8}\omega$, dus $\Delta \omega = \frac{1}{8}\omega$.

Alle slingerenergie (kinetische en potentiële energie) wordt periodiek van de ene op de andere slinger overgedragen. In dit voorbeeld is gekozen voor een beginsituatie met $x_1 = A$, $x_2 = 0$ en beginsnelheden 0. Bij een andere beginsituatie wordt niet alle energie overgedragen: bij de situaties van de figuren 2.1 en 2.2 wordt helemaal geen energie overgedragen.

Als de beweging vooral door de veer wordt gedempt, zal de trilling van figuur 2.2 worden gedempt en die van figuur 2.1 niet, zodat al gauw geen energie wordt overgedragen.

Het is dan onzinnig om de 'later begonnen' trilling nog steeds als gevolg van de eerst gestarte trilling te zien.

Andere trillingen

Dit verhaal over mechanische trillingen loopt direct parallel met het vraagstuk van de trillende magneten uit het havo-examen 1983¹. Daar bleek de aanpak met een kausale redeneerketen tot fouten te leiden bij het onderdeel f. Een goede aanpak is de

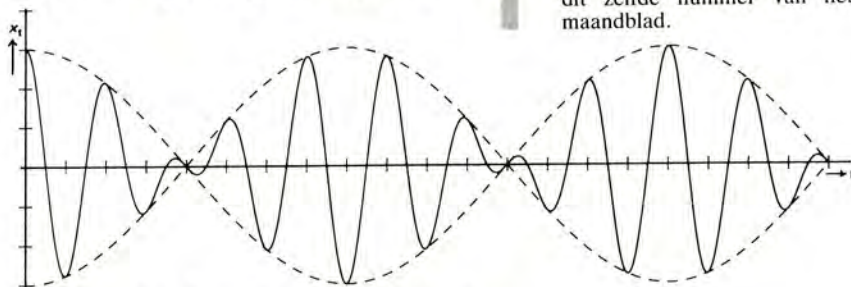
vergelijking met een geschikt model dat overzichtelijker is.

Dat kan een mechanisch analogon zijn zoals in dit artikel is weergegeven. Figuur 2.1 is te vergelijken met de trillende magneten waarbij er geen inductiestroom loopt. Men kan dan gerust de verbindings-snoertjes onderbreken: de trillingen gaan gewoon door. Maakt men dan weer verbinding waarbij de aansluitpunten van één van de spoelen worden verwisseld, dan ontstaat de situatie van figuur 2.2. Dan loopt er wel een inductiestroom, dus is er extra koppeling tussen de magneten, dus een grotere frequentie. Bovendien is er demping die hier vooral in 'de veer' optreedt: de inductiestroom gaat door ohmse weerstand.

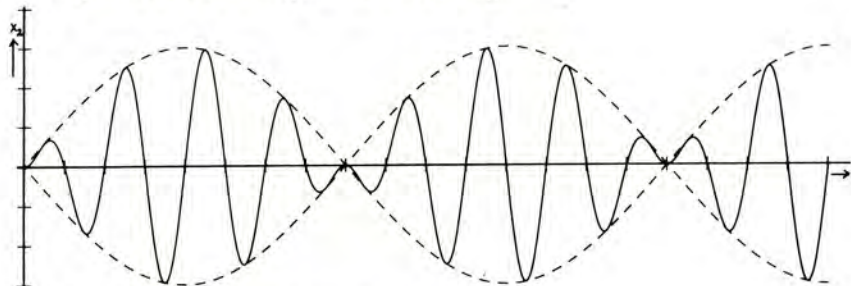
Het model kan ook een wiskundig model zijn, zoals zo vaak in de natuurkunde het opstellen en oplossen van een differentiaalvergelijking. In beide gevallen wordt *het hele systeem* overzichtelijk beschreven. Een redeneerfout, waarbij afzonderlijke aspecten ten onrechte met elkaar in kausaal verband gebracht worden is dan niet mogelijk. Helaas valt zo'n correcte aanpak wel buiten de havo-stof.

Voetnoot

1. Zie het artikel 'Actie en Reactie (II)' in dit zelfde nummer van het NVON-maandblad.



Figuur 3.1: De trilling van de linkerslinger.



Figuur 3.2: De trilling van de rechterslinger.

Naam: Jan Tiggelman

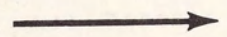
Examennummer:

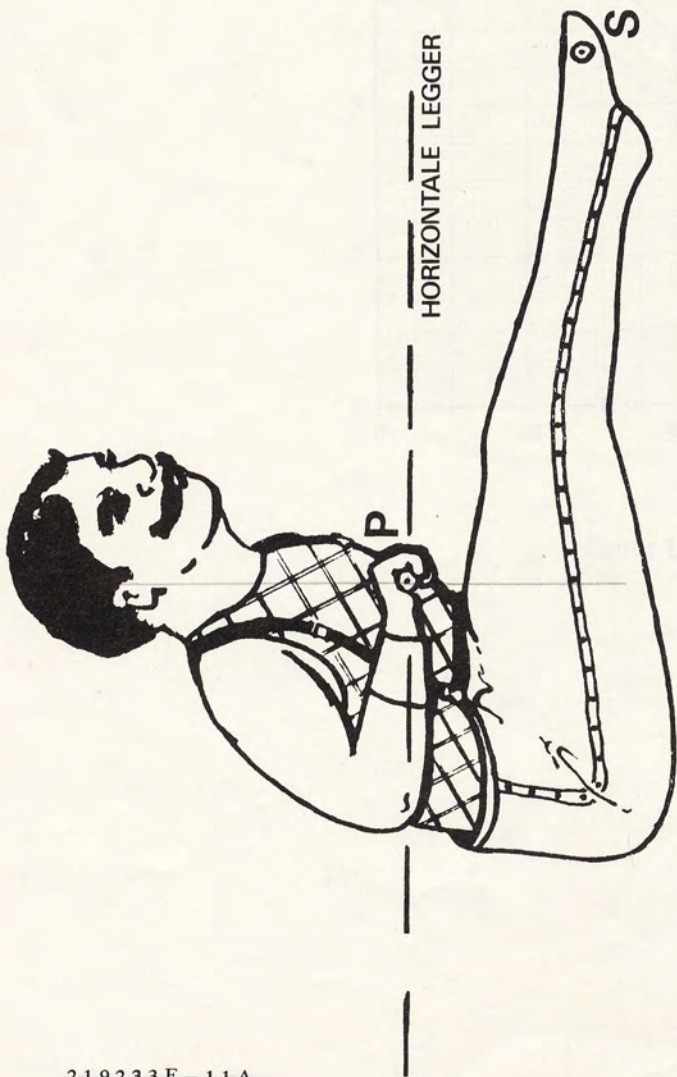
EXAMEN HOGER ALGEMEEN VOORTGEZET ONDERWIJS IN 1983

Dinsdag 10 mei, 9.00–12.00 uur

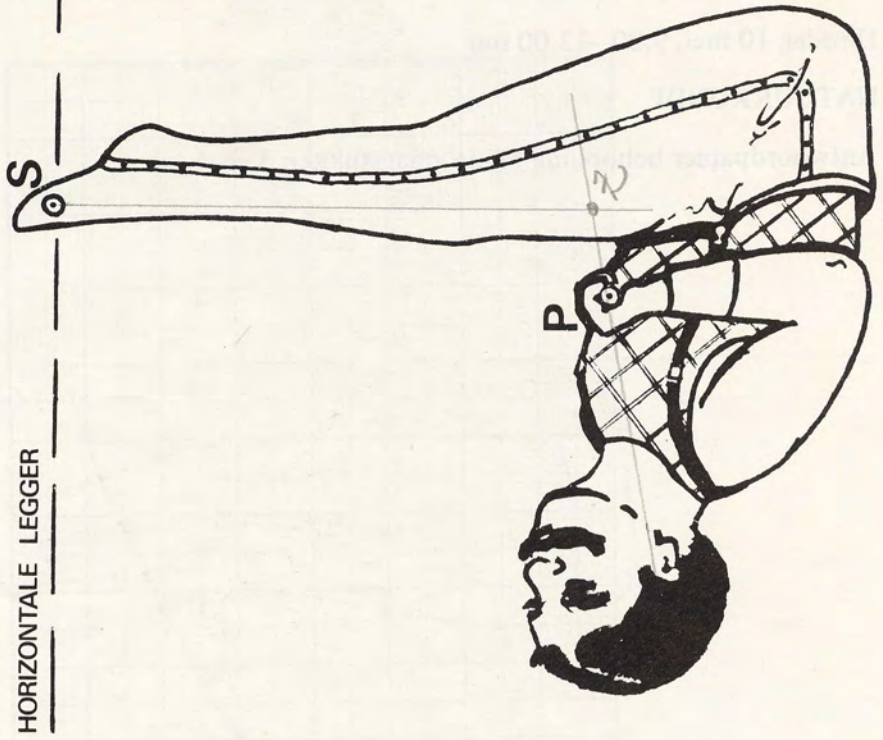
NATUURKUNDE

Antwoordpapier behorende bij de vraagstukken 3 en 4.

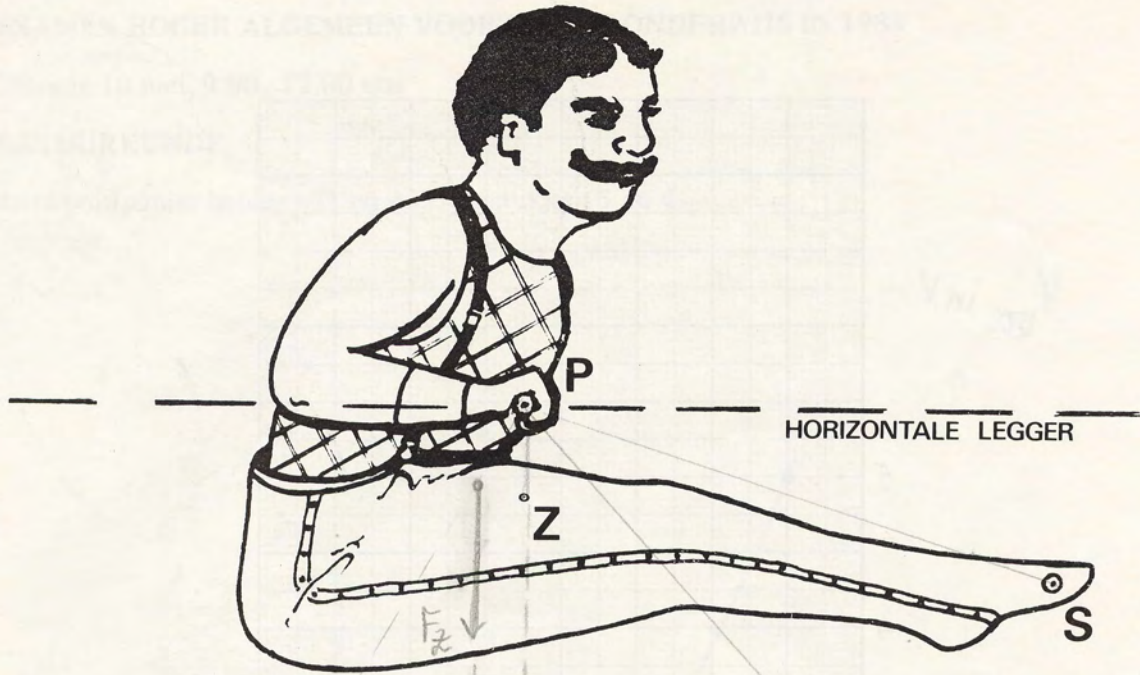




figuur A



figuur B



figuur C

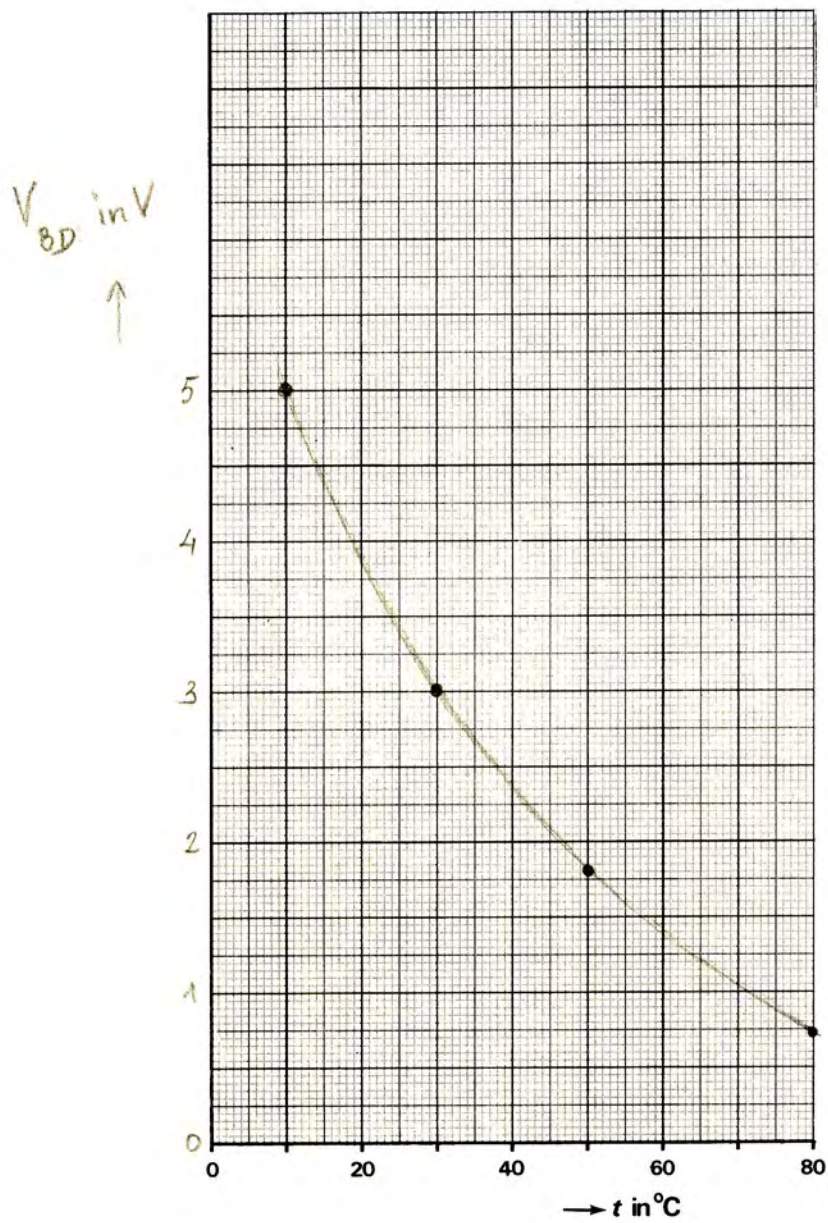
0,65
cm

4,9 cm

$$F = 2,6 \text{ gf} \\ = 2,6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

PZ = 1,2 cm





figuur D