

Correctievoorschrift HAVO

2011

tijdvak 2

wiskunde A

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.
- NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 84 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn verder de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één scorepunt afgetrokken tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Voetbalwetten

1 maximumscore 3

- Elke club speelt tegen 17 andere clubs 1
- Het totaal aantal wedstrijden is daarmee $18 \cdot 17$ 1
- Het antwoord: 306 1

2 maximumscore 4

- Per wedstrijd worden 2 of 3 punten behaald 1
- In ieder geval zijn er $306 \cdot 2 = 612$ punten in totaal behaald 1
- Er zijn echter $858 - 612 = 246$ punten meer behaald 1
- Het antwoord: $(306 - 246 =)$ 60 keer gelijk 1

of

- Er kunnen maximaal $306 \cdot 3 = 918$ punten behaald worden 1
- Er zijn echter $918 - 858 = 60$ punten minder behaald 1
- Een gelijkspel levert 1 punt minder op dan een andere wedstrijd 1
- Dus er zijn 60 wedstrijden in gelijkspel geëindigd 1

of

- Met g het aantal wedstrijden gelijkspel geldt dat het aantal punten behaald uit gelijkspel gelijk is aan $2g$ 1
- Het aantal punten behaald in niet-gelijkspel-wedstrijden is $3(306 - g)$ 1
- Er geldt: $2g + 3(306 - g) = 858$ 1
- Hieruit volgt: $g = 60$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
3	maximumscore 5	
	• Er moeten 9 wedstrijden gespeeld worden	1
	• De betreffende kans is binomiaal verdeeld met $p = 0,2$ en $n = 9$	1
	• $P(\text{minstens } 5) = 1 - P(\text{hoogstens } 4)$ moet berekend worden	1
	• Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend wordt	1
	• Het antwoord: (ongeveer) 0,02	1
4	maximumscore 4	
	• $P(2 \text{ doelpunten}) + P(3 \text{ doelpunten})$ moet berekend worden	1
	• $P(2) = 0,045 \cdot \frac{3,1^2}{2!} \approx 0,2162$	1
	• $P(3) = 0,045 \cdot \frac{3,1^3}{3!} \approx 0,2234$	1
	• Het antwoord: (ongeveer) 0,44	1
5	maximumscore 5	
	• $P(0 \text{ doelpunten}) = 0,045 \cdot \frac{3,1^0}{0!} = 0,045$	1
	• Het aantal wedstrijden zonder doelpunten is binomiaal verdeeld met $p = 0,045$ en $n = 7$	1
	• Het inzicht dat $P(\text{hoogstens } 2)$ berekend moet worden	1
	• Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend wordt	1
	• Het antwoord: (ongeveer) 0,997	1

Woningvoorraad

6 maximumscore 3

- $b = 3$ 1
- $a = \frac{6-3}{30-0} = 0,1$ 2

Opmerkingen

- Als voor het verschil in jaren 31 of 29 genomen is, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
- Als a en b berekend worden door 6 miljoen en 3 miljoen te gebruiken (in plaats van 6 en 3), ten hoogste 2 scorepunten voor deze vraag toekennen.

7 maximumscore 4

- De groeifactor per 50 jaar is $\frac{0,54}{0,29}$ 1
- De groeifactor per jaar is $\left(\frac{0,54}{0,29}\right)^{\frac{1}{50}}$ 1
- De groeifactor per jaar is (ongeveer) 1,0125 1
- Het koopwoningendeel groeit dus jaarlijks met 1,25% 1

of

- Bij een jaarlijks groeipercentage van 1,25% is de jaarlijkse groeifactor 1,0125 1
- $0,29 \cdot 1,0125^{50} \approx 0,54$ 2
- Dit komt overeen met de tabel (dus het koopwoningendeel groeit jaarlijks met 1,25%) 1

of

- Er moet gelden: $0,29 \cdot g^{50} = 0,54$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $g \approx 1,0125$ 1
- Het koopwoningendeel groeit dus jaarlijks met 1,25% 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

8 maximumscore 5

- 20% van de woningvoorraad van 2006 is van vóór 1945 1
 - Er zijn in 2006 $0,2 \cdot 6,9 = 1,38$ miljoen woningen van vóór 1945 1
 - Het koopwoningendeel van de woningen die vóór 1945 gebouwd zijn, is $\frac{900\,000}{1\,380\,000} \approx 0,65$ 2
 - Dit is (veel) groter dan de 0,54 uit 2006 (dus het is juist) 1
- of
- Er zijn in 2006 $0,54 \cdot 6,9 \approx 3,73$ miljoen koopwoningen 1
 - Daarvan is $\frac{0,9}{3,73} \cdot 100\% \approx 24\%$ vóór 1945 gebouwd 2
 - 20% van de woningvoorraad van 2006 is van vóór 1945 1
 - 24 (%) is meer dan 20 (%) (dus het is juist) 1
- of
- Het percentage koopwoningen die vóór 1945 gebouwd zijn, is $\frac{0,9}{6,9} \cdot 100(\%) \approx 13(\%)$ 2
 - 20% van de woningvoorraad van 2006 is van vóór 1945 1
 - Op grond van de tabel zou je een percentage koopwoningen van vóór 1945 van $0,54 \cdot 20(\%) \approx 11(\%)$ verwachten 1
 - 13 (%) is meer dan 11 (%) (dus het is juist) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Verzekeren

9 maximumscore 3

- N is binomiaal verdeeld met $n = 800$ en $p = 0,01$ 1
- Beschrijven hoe $P(N = 6)$ met de GR berekend wordt 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,12 1

10 maximumscore 4

- De gevraagde kans is $P(N \geq 20)$ 1
- $P(N \geq 20) = 1 - P(N \leq 19)$ 1
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend wordt 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,0002 1

11 maximumscore 3

- $P = 100 - 100 \cdot \left(\frac{50000}{150000} \right)^{1,77} \approx 86$ 2
- Het antwoord: (ongeveer) $100 - 86 = 14$ (procent) 1

12 maximumscore 4

- De vergelijking $100 - 100 \cdot \left(\frac{50000}{x} \right)^{1,77} = 95$ moet worden opgelost 2
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
- Het antwoord: (ongeveer) 270 000 (euro) 1

Opmerking

Als de vergelijking $100 - 100 \cdot \left(\frac{50000}{x} \right)^{1,77} = 5$ wordt opgelost in plaats van de bovenstaande, ten hoogste 2 scorepunten voor deze vraag toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

13 maximumscore 4

- Er geldt: $\frac{71396}{y} = \frac{50000}{x}$ 1
- $\frac{y}{71396} = \frac{x}{50000}$ of $50000 \cdot y = 71396 \cdot x$ 1
- $y = \frac{71396}{50000} \cdot x$ (en daarmee is de evenredigheid aangetoond) 1
- Het getal a (of $\frac{71396}{50000}$ of 1,43) geeft aan hoeveel dollar je moet betalen voor 1 euro 1

Opmerking

Als het evenredige karakter is aangetoond door het verband terug te brengen tot de vorm $x = b \cdot y$, de vorm $\frac{x}{y} = c$ danwel $\frac{y}{x} = d$, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

De frikandel van Beckers

14 maximumscore 4

- In Nederland worden $\frac{600}{365} \approx 1,644$ miljoen frikandellen per dag gegeten 1
 - Daarvan zijn er $0,5 \cdot 1,15 = 0,575$ miljoen van Beckers 1
 - De berekening: $\frac{0,575}{1,644} \cdot 100\%$ 1
 - Het antwoord: (ongeveer) 35% 1
- of
- Beckers produceert $1,15 \cdot 365 = 419,75$ miljoen frikandellen per jaar 1
 - Daarvan is $0,5 \cdot 419,75 = 209,875$ miljoen voor de Nederlandse markt 1
 - De berekening: $\frac{209,875}{600} \cdot 100\%$ 1
 - Het antwoord: (ongeveer) 35% 1

Opmerking

Als er wordt gerekend met 366 of 365,25 in plaats van 365, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

15 maximumscore 3

- Het gebruiken van de kans 0,10 (of 0,90) horend bij de grenswaarde 1
- Beschrijven hoe de normale-verdelingsfunctie op de GR kan worden gebruikt om de grenswaarde te berekenen 1
- Het antwoord: (minimaal) 88,1 (gram) 1

16 maximumscore 4

- Het gebruik van de normale-verdelingsfunctie met variabele standaardafwijking 1
- De bij de grenswaarde 65,5 horende kans 0,02 1
- Beschrijven hoe de standaardafwijking met de GR gevonden kan worden 1
- Het antwoord: (ongeveer) 2,1 (of 2,2) (gram) 1

17 maximumscore 4

- P(eerste frikandel weegt minder dan 70 gram en de andere drie niet)

$$= \frac{4}{12} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9}$$
 2
- P(precies één frikandel weegt minder dan 70 gram) = $4 \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9}$ 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,45 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Elfstedentocht

- 18 maximumscore 3**
- Het aantal mogelijke Elfstedentochten is 38 1
 - Het aantal werkelijk gereden Elfstedentochten is 15 1
 - De kans $p = \frac{15}{38} \approx 0,395$ 1
- 19 maximumscore 4**
- De toenames zijn constant want er is sprake van lineaire stijging 1
 - De toename per interval is $\frac{3,6}{5} = 0,72$ 1
 - Het tekenen van 5 staafjes met hoogte 0,72 bij $t = 2020, t = 2040, \dots, t = 2100$ 2
- 20 maximumscore 4**
- De beginwaarde $b = 38$ 1
 - De groeifactor per 4 °C temperatuurstijging is $\frac{5}{38}$ 1
 - $g = \left(\frac{5}{38}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0,6$ (of nauwkeuriger) 2
- of
- De beginwaarde $b = 38$ 1
 - Voor groeifactor per jaar g geldt: $38 \cdot g^4 = 5$ 1
 - $g \approx 0,6$ (of nauwkeuriger) 2
- Opmerkingen*
- Als voor b een waarde afgelezen is in het interval $[37,5; 38,5]$, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
 - Als gewerkt is met een ander geschikt punt van de grafiek, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
- 21 maximumscore 3**
- $E_w = \frac{74}{3,6} \cdot (0,65 - 0,65 \cdot 0,6^{3,6})$ 2
 - Het antwoord: 11 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

22 maximumscore 4

- $E_w = \frac{74}{3,6} \cdot (p - p \cdot 0,6^{3,6})$ 1
- $E_w \approx 20,56 \cdot (p - p \cdot 0,16)$ 1
- $E_w \approx 20,56 \cdot 0,84 \cdot p$ (of $E_w \approx 20,56 \cdot p - p \cdot 3,27$) 1
- $E_w \approx 17,3 \cdot p$ dus $a \approx 17$ (of nauwkeuriger) 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
 Zend de gegevens uiterlijk op 24 juni naar Cito.