

Snelheidsovertredingen

In veel dorpen geldt een snelheidslimiet van 30 of 50 km/uur. Niet elke automobilist houdt zich hieraan en dit kan onveilige situaties opleveren. Daarom kan iedereen onveilige verkeerssituaties melden bij Veilig Verkeer Nederland (VVN). Als men bij VVN het vermoeden heeft dat het om een gegronde melding gaat, dan gaan vrijwilligers op pad om de snelheid van passerende automobilisten te meten.

Vanuit het dorp Borssele is zo'n melding binnengekomen over de Monsterweg. Vervolgens is op een dinsdagochtend tussen 7 en 9 uur op deze weg de snelheid van 250 passerende automobilisten gemeten. Aan de hand van de resultaten van deze steekproef wil men een uitspraak doen over het percentage automobilisten dat in een willekeurige week op deze weg te hard rijdt.



- 2p 10 Leg uit waarom deze steekproef waarschijnlijk niet representatief is en geef aan hoe dat verbeterd kan worden.

Er wordt een nieuwe steekproef op de Monsterweg gehouden die wel representatief is. Op deze weg, waar de snelheidslimiet 50 km/uur is, is de snelheid van 169 auto's gemeten.

Ook wordt er een representatieve steekproef gehouden op de Noordsingel in Borssele. Op deze weg, waar de snelheidslimiet 30 km/uur is, is de snelheid van 100 auto's gemeten.

De resultaten van de twee steekproeven zijn weergegeven in de figuur.

figuur

 Borssele Noordsingel		 Borssele Monsterweg	
snelheid (km/uur)	aantal auto's	snelheid (km/uur)	aantal auto's
tot 21		tot 21	
21–25	2	21–25	
26–30	7	26–30	2
31–35	14	31–35	4
36–40	17	36–40	15
41–45	22	41–45	44
46–50	18	46–50	46
51–55	15	51–55	26
56–60	4	56–60	19
61–65		61–65	9
66–70		66–70	4

91–95	1		
totaal:	100	totaal:	169

- 2p 11 Licht de snelheidslimiet op de Noordsingel in de modale klasse? Licht je antwoord toe.

De situatie op de Noordsingel is zorgwekkend: er waren maar weinig automobilisten die zich aan de snelheidslimiet hielden. Men wil het 95%-betrouwbaarheidsinterval berekenen van het percentage automobilisten op de Noordsingel dat te hard rijdt.

- 4p 12 Bereken dit 95%-betrouwbaarheidsinterval. Rond de percentages in je antwoord af op gehele getallen.

Piet wil een diagram maken met de gegevens van de Monsterweg uit de figuur. Hij overweegt de volgende drie diagrammen:

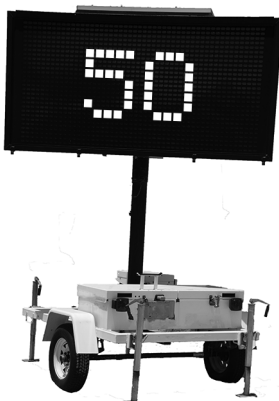
- een boxplot
- een spreidingsdiagram (puntenwolk)
- een cumulatieve relatieve frequentiepolygoon

Hij wil dat uit het diagram af te lezen is hoe groot het percentage van de automobilisten is dat zich aan de snelheidslimiet houdt.

- 3p 13 Geef voor elk van deze drie diagrammen aan of dat hiervoor geschikt is. Licht je antwoord telkens toe.

Voor de Monsterweg wordt onderzocht of een groter deel van de automobilisten zich aan de snelheidslimiet houdt als er matrixborden langs de weg worden geplaatst die de maximumsnelheid aangeven. Zie de foto.

foto



In het eerdere onderzoek (situatie zonder matrixborden) van VVN hielden 111 van de 169 automobilisten op de Monsterweg zich aan de snelheidslimiet. In het vervolgonderzoek, waarin er matrixborden geplaatst waren, hielden 183 van de 213 automobilisten zich aan de snelheidslimiet.

In de twee onderzoeken is het deel van de automobilisten dat zich aan de snelheidslimiet houdt dus verschillend.

- 4p 14 Bepaal met behulp van het formuleblad of dit verschil gering, middelmatig of groot is.

Motorblokken bestellen

Een fabrikant produceert jaarlijks 27 000 auto's van een bepaald type. De fabrikant bestelt de 27 000 motorblokken die hiervoor nodig zijn bij een leverancier. De fabrikant kan deze 27 000 motorblokken in één keer bestellen of over meerdere bestellingen verdelen. Het aantal motorblokken is bij elke bestelling even groot. Zo kan de fabrikant bijvoorbeeld 5 keer 5400 motorblokken bestellen of 20 keer 1350.



De fabrikant betaalt een prijs van 2000 euro per motorblok. Daarnaast betaalt de fabrikant voor iedere bestelling bestelkosten. Na levering worden de motorblokken door de fabrikant in een opslagruimte geplaatst totdat ze nodig zijn. Het lijkt misschien handig om elk jaar alle motorblokken in één keer te bestellen, omdat de fabrikant dan maar één keer bestelkosten hoeft te betalen. De fabrikant heeft dan echter wel een grotere opslagruimte nodig en dat kost geld. Bestelt hij meerdere keren per jaar een kleinere hoeveelheid, dan kan hij een kleinere opslagruimte gebruiken en is hij dus minder geld kwijt aan opslag.

Het aantal motorblokken is dus bij elke bestelling even groot. Dit aantal heet de **bestelhoeveelheid** q . Ongeacht de bestelhoeveelheid worden er per bestelling steeds dezelfde bestelkosten B (in euro's) gerekend.

De totale jaarlijkse kosten (in euro's) voor de fabrikant bestaan uit:

- de kosten van alle motorblokken (ofwel $27\,000 \cdot 2000 = 54\,000\,000$);
- de totale bestelkosten $(\frac{27\,000}{q} \cdot B)$;
- de kosten voor opslag: bij deze fabrikant $60q$.

Hierin is q de bestelhoeveelheid en B de bestelkosten per bestelling (in euro's).

- 2p 15 Leg uit, zonder een getallenvoorbeeld te gebruiken, waarom de totale bestelkosten gelijk zijn aan $\frac{27\,000}{q} \cdot B$.

De fabrikant berekent de totale jaarlijkse kosten TK in euro's dus met de volgende formule:

$$TK = 54\,000\,000 + \frac{27\,000}{q} \cdot B + 60q \quad (\text{formule 1})$$

In plaats van alle 27 000 motorblokken voor een heel jaar in 1 keer te bestellen kan de fabrikant er ook voor kiezen om ze in 10 keer te bestellen.

- 4p **16** Bereken het verschil in totale jaarlijkse kosten tussen deze twee mogelijkheden als de bestelkosten per bestelling 1800 euro zijn.

Er is een bepaalde bestelhoeveelheid waarbij de totale jaarlijkse kosten minimaal zijn: dit is de zogenaamde **optimale bestelhoeveelheid**. Deze kan berekend worden met de volgende formule:

$$\frac{27\,000}{q} \cdot B = 60q \quad (\text{formule 2})$$

Hierin is q de optimale bestelhoeveelheid en B de bestelkosten per bestelling in euro's.

De fabrikant wil de totale jaarlijkse kosten minimaliseren en bestelt dus de optimale bestelhoeveelheid.

- 4p **17** Bereken hoeveel keer per jaar de fabrikant dan een bestelling moet plaatsen als de bestelkosten per bestelling 1800 euro zijn.

Formule 2 is te herleiden tot de vorm $q = a \cdot \sqrt{B}$, waarin a een getal is.

- 4p **18** Laat deze herleiding zien en geef a als geheel getal.

Sprinten met rugwind

Op 16 augustus 2009 verbrak Usain Bolt op de wereldkampioenschappen atletiek in Berlijn het wereldrecord op de 100 meter sprint door een tijd te lopen van 9,58 seconden. Het wereldrecord van de vorige wereldrecordhouder, Asafa Powell, was 9,74 seconden.

Stel dat Bolt en Powell bovengenoemde tijden met constante snelheid in dezelfde race hadden gelopen.

- 3p **19** Bereken hoeveel meter Powell dan nog te gaan had op het moment dat Bolt finishte. Geef je antwoord in twee decimalen.

De tijd die een sprinter loopt, hangt ook af van de wind die tijdens de sprint waait. Bij rugwind krijgt de sprinter als het ware een duwtje in de rug en zal hij een snellere tijd lopen. De Engelse wiskundige Barrow heeft voor het geval van rugwind de volgende formule afgeleid:

$$Z = 1,03M - 0,03M \cdot \left(1 - \frac{W \cdot M}{100}\right)^2$$

Hierin is M de tijd (in seconden) die gelopen wordt met rugwindsnelheid W (in meters per seconde) en Z de tijd (in seconden) die gelopen wordt zonder wind.

Een geregistreerde tijd mag alleen als record tellen als de rugwindsnelheid niet groter is dan 2,0 meter per seconde. Toen Bolt in Berlijn zijn wereldrecord van 9,58 seconden liep, was de rugwindsnelheid 0,9 meter per seconde.

- 5p **20** Bereken met behulp van de formule welke tijd Bolt gehaald zou hebben als de rugwindsnelheid 2,0 meter per seconde was geweest. Geef je antwoord in twee decimalen.

AOW-uitkering¹⁾

Alle inwoners van Nederland ontvangen op basis van de Algemene Ouderdomswet (AOW) vanaf een bepaalde leeftijd (de AOW-leeftijd) een uitkering van de overheid: de AOW-uitkering. Tot en met 2012 was de AOW-leeftijd 65 jaar. Wanneer iemand de AOW-leeftijd heeft bereikt, noemt men hem of haar AOW-gerechtigd. In deze opgave nemen we aan dat iedere AOW-gerechtigde dezelfde AOW-uitkering ontvangt. In 2012 was deze uitkering 10 980 euro per persoon per jaar.

Het aantal ouderen in Nederland neemt toe. Als de Algemene Ouderdomswet niet verandert, zal het jaarlijkse totaalbedrag aan AOW-uitkeringen toenemen. Daarom wordt de AOW-leeftijd sinds 2013 met stappen verhoogd. Iemand stelt voor om bovendien de AOW-uitkering per persoon te verlagen, zodat het totaalbedrag aan AOW-uitkeringen in 2023 hetzelfde is als het totaalbedrag aan AOW-uitkeringen in 2012. Om de hoogte van deze nieuwe AOW-uitkering te berekenen, nemen we het volgende aan:

- Het aantal inwoners is gedurende elk jaar constant.
- In 2012 was dit aantal inwoners 16,7 miljoen.
- Sinds 2012 neemt het aantal inwoners elk jaar toe met 0,44%.

Verder nemen we aan:

- Het aantal AOW-gerechtigden is gedurende elk jaar een constant percentage van het aantal inwoners van Nederland.
- In 2012 was dit percentage 16,2%.
- In 2023 is dit percentage 17,7%.

- 6p **21** Onderzoek hoe hoog de AOW-uitkering per persoon in 2023 moet zijn, zodat het totaalbedrag aan AOW-uitkeringen in 2023 hetzelfde is als het totaalbedrag aan AOW-uitkeringen in 2012.

noot 1 Deze gehele opgave is gebaseerd op gegevens zoals die in 2016 bekend waren.

Bronvermelding

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift, dat na afloop van het examen wordt gepubliceerd.