

Examen HAVO

2015

tijdvak 2
woensdag 17 juni
13.30 - 16.30 uur

wiskunde A (pilot)

Dit examen bestaat uit 21 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 80 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Maagbandje

In de periode 1981–2004 zijn volwassen Nederlanders gemiddeld een stuk dikker geworden. Vooral het aantal mensen met obesitas, extreem overgewicht, is enorm toegenomen. Zie tabel 1.

tabel 1

jaar	aantal volwassen mannen	% volwassen mannen met obesitas	aantal volwassen vrouwen	% volwassen vrouwen met obesitas
1981	5 056 000	4%	5 033 000	6%
2004	6 211 000	10%	6 452 000	12%

- 4p 1 Bereken met hoeveel procent het aantal volwassen mannen met obesitas in 2004 is toegenomen ten opzichte van 1981.

De Body Mass Index (BMI) geeft aan of iemand een gezond gewicht heeft of niet. Bij een BMI van 18,5 tot 25 is er sprake van een gezond gewicht. Bij hogere waarden dan 25 is er sprake van overtollige BMI. Mensen met obesitas hebben een BMI vanaf 35, dus een overtollige BMI van minimaal 10.

Het is beter voor de gezondheid dat mensen met obesitas afvallen. Als dat niet lukt, kan plaatsing van een maagbandje een oplossing zijn. Door het maagbandje wordt de maag verkleind, zodat men minder kan eten.

Een ziekenhuis heeft bij 267 personen, 39 mannen en 228 vrouwen, een maagbandje geplaatst en het effect ervan onderzocht. Bij dit onderzoek berekende men voor alle personen het **VOB** (Verliespercentage Overtollige BMI) twee jaar na plaatsing van het maagbandje. Bijvoorbeeld: een man met een BMI van 45 heeft een overtollige BMI van 20. Als zijn BMI na twee jaar gedaald is van 45 naar 40, is hij van zijn overtollige BMI 5 kwijtgeraakt. Zijn VOB is dan $\frac{5}{20} \cdot 100(\%) = 25(\%)$. Het VOB kan ook negatief zijn; dan is de BMI gestegen. In tabel 2 staan de onderzoeksresultaten.

tabel 2

		mannen	vrouwen
	aantal personen	39	228
vóór plaatsen maagbandje	laagste BMI	36,2	36,1
	hoogste BMI	60,1	69,1
twee jaar na plaatsen maagbandje	laagste VOB	9,4(%)	−10,0(%)
	hoogste VOB	80,4(%)	97,8(%)

De vrouw die vóór plaatsing van het maagbandje de hoogste BMI had, bleek twee jaar daarna een VOB van 58(%) te hebben.

- 4p 2 Bereken haar BMI twee jaar na plaatsing van het maagbandje.

Iemand concludeert op grond van de tabel: "Het is in deze groep mensen niemand gelukt om na twee jaar een gezond gewicht te hebben."

3p **3** Leg uit of deze conclusie juist is.

Een man met een BMI van 41,2 krijgt een maagbandje. Na het plaatsen van het maagbandje verliest de man elke week iets van zijn BMI. Deze afname per week van zijn BMI wordt gegeven door de volgende formule:

$$A = 1,5 \cdot 0,85^w$$

waarin A de afname van zijn BMI is in week w (met $w = 1, 2, 3, \dots$) na plaatsing van het maagbandje.

4p **4** Bereken zijn BMI zes weken na plaatsing van het maagbandje.

Schommelen

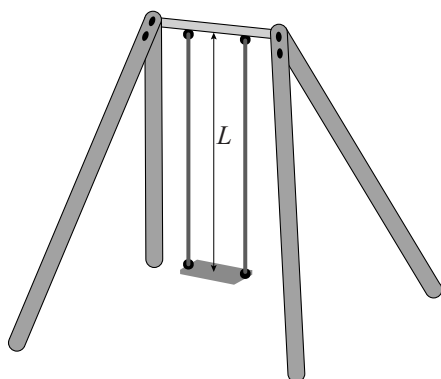
In bijna elke speeltuin staat wel een schommel.

De tijd waarin je één keer met de schommel heen en weer zwaait, is afhankelijk van de lengte van het schommeltouw. Voor de tijd T waarin je één keer heen en weer zwaait, geldt de formule:

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{L}{9,81}}$$

In deze formule is T de tijd in seconden en L de lengte van het schommeltouw in meters. In figuur 1 is L aangegeven.

figuur 1



- 3p 5 Van een schommel is de lengte van het schommeltouw 1,80 meter. Bereken hoeveel keer per minuut je heen en weer zwaait op deze schommel.

De gegeven formule is te herleiden tot een vorm waarin L uitgedrukt is in T , namelijk $L = 0,249T^2$. Het getal 0,249 in deze formule is afgerond.

- 5p 6 Herleid de formule voor T tot de formule $L = 0,249T^2$.

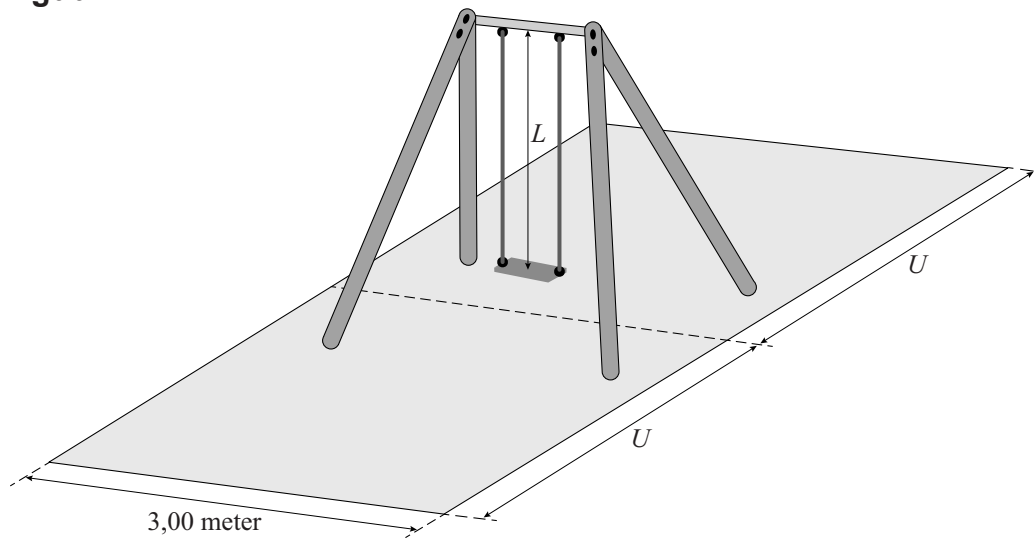
Meneer Voortmans is een schommel aan het bouwen voor zijn kinderen. De houten palen en de horizontale balk zijn al klaar. Het schommeltouw zal aan de horizontale balk op een hoogte van 2,70 meter boven de grond bevestigd worden. Voordat hij touw gaat kopen, moet hij bepalen welke lengtes voor het schommeltouw mogelijk zijn.

Hij heeft gelezen dat het zitje in de rustpositie minimaal 0,35 meter boven de grond moet hangen en maximaal 0,63 meter. Verder wil hij dat het heen en weer zwaaien niet te snel gaat: hij wil dat één keer heen en weer zwaaien minstens 3 seconden duurt.

- 4p 7 Onderzoek hoe groot de minimale en maximale lengte voor het schommeltouw is. Geef je antwoord in hele cm nauwkeurig.

Wanneer het schommeltoestel klaar is, moet meneer Voortmans bepalen hoeveel materiaal er nodig is voor een schokdempende rechthoekige ondergrond. In figuur 2 is deze ondergrond met lichtgrijs aangegeven.

figuur 2



De schokdempende ondergrond wordt 3,00 meter breed. Om de lengte van de schokdempende ondergrond te bepalen houdt hij zich aan de wettelijke eis. Deze is: vanaf het punt recht onder het zitje in rustpositie dient zowel naar voren als naar achteren de schokdempende ondergrond een lengte U (in meters) te hebben, waarvoor geldt:

$$U = 0,867L + 1,75$$

Ook in deze formule is L de lengte van het schommeltouw in meters. In figuur 2 is U aangegeven.

Het materiaal voor de schokdempende ondergrond kost 38 euro per vierkante meter. Dit materiaal hoeft niet in een geheel aantal vierkante meters ingekocht te worden.

Meneer Voortmans heeft besloten het schommeltouw 2,33 meter lang te maken. Je kunt berekenen dat de schokdempende ondergrond dan ruim 850 euro kost.

3p **8** Bereken dit bedrag in hele euro's nauwkeurig.

Wanneer de lengte L (in meters) van het schommeltouw niet bekend is, kan een formule worden opgesteld voor de kosten K (in euro's) van een schokdempende ondergrond met een breedte van 3,00 meter. Deze formule kan geschreven worden in de vorm $K = a \cdot L + b$ waarbij a en b getallen zijn.

4p **9** Bereken de waarden van a en b . Rond deze waarden zo nodig af op gehele getallen.

Dammen

Ieder jaar vindt het Nederlands Kampioenschap Dammen plaats. Er zijn twee aparte toernooien, één voor mannen en één voor vrouwen. De opzet van beide toernooien is gelijk: elke deelnemer speelt één partij tegen elke andere deelnemer.

Aan het mannentoernooi nemen 14 spelers deel.

- 3p 10 Bereken het totaal aantal partijen dat in het mannentoernooi gespeeld wordt.

Een gewonnen partij levert 2 punten op en een verloren partij 0 punten. Als een partij onbeslist eindigt, is er sprake van remise. Beide spelers krijgen dan 1 punt.

Het toernooi wordt in verschillende ronden gespeeld. In figuur 1 staat het ingevulde uitslagenbord van de eerste ronde van het vrouwentoernooi van 2012. Je kunt zien dat aan het vrouwentoernooi slechts 10 speelsters deelnamen. Ook zie je de uitslag van elk van de 5 partijen. Zo eindigde de partij tussen Mei-Jhi Wu en Heike Verheul in remise en won Nina Hoekman van Leonie de Graag.

figuur 1

Ronde 1			
Mei-Jhi Wu	-	Heike Verheul	1 - 1
Agita Martere	-	Mariëlle Meijer-Kromhout	2 - 0
Jorien Alink	-	Vitalia Doumesh	0 - 2
Barbara Graas	-	Rianka Rentmeester	0 - 2
Nina Hoekman	-	Leonie de Graag	2 - 0

Voordat de tweede ronde begint, ligt al vast welke spelers tegen elkaar gaan spelen. Het uitslagenbord ziet er dan nog leeg uit. Zie figuur 2.

figuur 2

Ronde 2			
Heike Verheul	-	Jorien Alink	■ - ■
Vitalia Doumesh	-	Barbara Graas	■ - ■
Nina Hoekman	-	Mei-Jhi Wu	■ - ■
Leonie de Graag	-	Mariëlle Meijer-Kromhout	■ - ■
Rianka Rentmeester	-	Agita Martere	■ - ■

Na afloop van de tweede ronde zal het uitslagenbord helemaal ingevuld zijn.

- 3p 11 Bereken hoeveel verschillend ingevulde uitslagenborden er voor de tweede ronde mogelijk zijn.

Nina Hoekman werd in 2012 kampioene bij de vrouwen. Ze won de eerste zes partijen, daarna speelde ze tweemaal remise en de laatste partij won ze weer. Na 9 partijen had zij daarmee in totaal 16 punten behaald.

Hoekmans resultatenlijstje kunnen we noteren als:

W - W - W - W - W - W - R - R - W

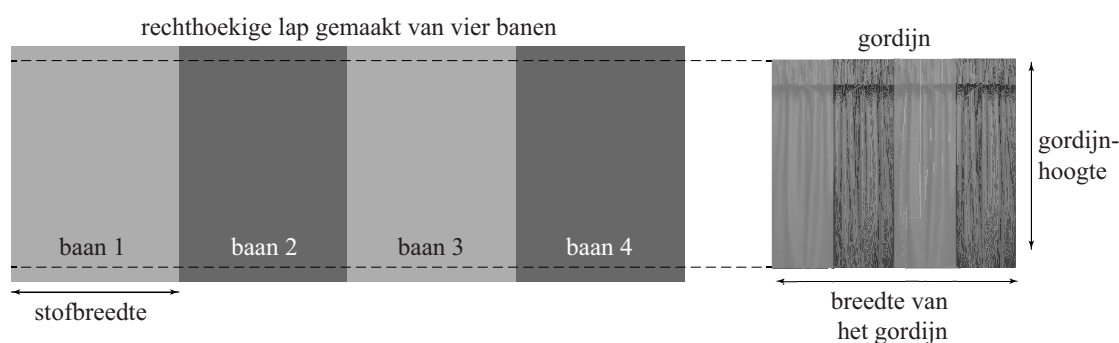
Er zijn veel meer resultatenlijstjes mogelijk waarbij in 9 partijen 16 punten behaald worden.

- 4p 12 Bereken hoeveel van zulke resultatenlijstjes er in totaal mogelijk zijn.

Gordijnen

Veel mensen hebben geplooid gordijnen voor de ramen hangen. Om zo'n gordijn te maken, heb je gordijnstof nodig. Deze wordt verkocht in verschillende stofbreedtes. In veel gevallen is de gordijnstof niet breed genoeg om er een passend gordijn mee te maken. Daarom wordt er vaak eerst een rechthoekige lap van gemaakt door meerdere banen gordijnstof aan elkaar te naaien. Daarna worden de plooien gemaakt en wordt het geheel afgewerkt tot een gordijn, waarbij de banen altijd verticaal komen te hangen. Zie figuur 1.

figuur 1 van vier banen gordijnstof naar één gordijn



Om een gordijn met een bepaalde breedte te kunnen maken, is het nodig dat de oorspronkelijke lap minimaal 2 en maximaal 2,5 keer zo breed is als het uiteindelijke gordijn. Deze verhouding noemen we de **plooiverhouding**.

Gerard maakt een gordijn van één baan gordijnstof met een stofbreedte van 140 cm. Hij wil dat het gordijn zo breed mogelijk wordt.

2p 13 Bereken de maximale breedte van het gordijn.

In vraag 13 wordt geen rekening gehouden met het afwerken van de zijkanten van het gordijn. Toch is dat wel nodig. Ook bij het aan elkaar zetten van de banen gaat gordijnstof verloren. In de ateliers waar gordijnen worden gemaakt, gebruikt men de volgende formule om het aantal banen te berekenen:

$$B = \frac{G}{S - 7} \cdot P$$

Hierin is B het aantal banen, G de breedte van het gordijn in cm, S de stofbreedte in cm en P de plooiverhouding. In de ateliers rekent men altijd met een geheel aantal banen; men rondt B altijd naar boven af om niet te weinig te hebben.

In een atelier moet men een gordijn maken van 275 cm breed. De stofbreedte is 140 cm en men gebruikt de plooiverhouding 2,5.

3p 14 Bereken het benodigde aantal banen.

Voor de afwerking van het gordijn aan de boven- en onderkant wordt in totaal 30 cm per baan gerekend. Als het gordijn bijvoorbeeld 100 cm hoog moet worden, is er dus 130 cm gordijnstof per baan nodig.

Karen laat een gordijn maken met een breedte van 280 cm, een hoogte van 170 cm en een plooiverhouding 2. Ze heeft hiervoor een gordijnstof gekozen met een stofbreedte van 90 cm. Deze stof kost € 12,95 per strekkende meter. Zie figuur 2.

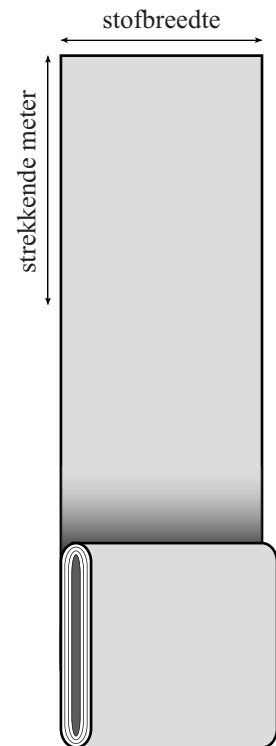
Het atelier rekent alleen de kosten van de gordijnstof, het maken is bij de prijs inbegrepen.

4p **15** Bereken hoeveel Karen voor het gordijn moet betalen.

Bij een plooiverhouding van 2,5 kan de formule van B tot $G = 0,4B \cdot (S - 7)$ worden herleid.

4p **16** Geef deze herleiding.

figuur 2



Flitsleningen

Geld lenen kost geld. Soms kost het heel veel geld. Vooral als je direct een paar honderd euro nodig hebt. In dit soort situaties kun je een flitslening nemen. Je leent een niet al te groot geldbedrag en betaalt dit na een korte periode terug.

Er bestaan verschillende websites waar je geld kunt lenen. Op de website flitsmoney.nl staat dat er geen rente wordt berekend. Je hoeft alleen behandelingskosten te betalen. Zie tabel 1.

tabel 1 Flitsmoney

te lenen bedrag (in euro)	behandelingskosten (in euro)
100,00	25,00
250,00	62,50
300,00	75,00
375,00	93,75

Als je bijvoorbeeld € 100,00 wilt lenen, krijg je dit geld binnen 10 minuten op je bankrekening. Dit bedrag moet samen met de € 25,00 behandelingskosten na 30 dagen worden terugbetaald.

Er is bij Flitsmoney een (recht) evenredig verband tussen het totaal terug te betalen bedrag en het te lenen bedrag.

- 4p **17** Laat dit met berekeningen zien. Controleer hiervoor alle waarden in tabel 1.

Iemand leent bij Flitsmoney een bedrag van € 250,00. Hij heeft dus een schuld van € 250,00. Na 30 dagen is die schuld opgelopen tot € 312,50. Als je uitgaat van exponentiële groei, kun je berekenen dat de schuld dagelijks met ongeveer 0,75% groeit.

- 4p **18** Bereken dit percentage in drie decimalen nauwkeurig.

Zo'n flitslening is duur. Een schuld die dagelijks 0,75% groter wordt, zou na een jaar fors gegroeid zijn.

- 4p **19** Bereken het groeipercentage per jaar.

Op de website supersnelcash.nl kun je ook geld lenen. Het verschil met Flitsmoney is dat Supersnelcash het door jou aangegeven bedrag direct vermindert met de behandelingskosten. Je moet dus een hoger bedrag aangeven dan het bedrag dat je echt wilt lenen.

In tabel 2 zie je bijvoorbeeld dat je maar € 243,90 op je bankrekening krijgt als je een bedrag van € 300,00 aangeeft. Supersnelcash rekent hiervoor namelijk € 56,10 aan behandelingskosten. Deze behandelingskosten zijn (recht) evenredig met het geleende bedrag. Daarnaast stuurt Supersnelcash je een sms'je ter bevestiging. Dat sms'je kost je nog eens € 1,50. De totale kosten K zijn in dit voorbeeld dus € 57,60.

tabel 2 Supersnelcash

aangegeven bedrag (in euro)	bedrag L dat geleend wordt (in euro)	behandelingskosten (in euro)	kosten sms'je (in euro)
100,00	81,30	18,70	1,50
300,00	243,90	56,10	1,50
400,00	325,20	74,80	1,50
500,00	406,50	93,50	1,50

Er is bij Supersnelcash een lineair verband tussen de totale kosten K in euro en het geleende bedrag L in euro dat de klant op zijn bankrekening krijgt. Er geldt dus:

$$K = a \cdot L + b$$

- 4p **20** Bereken a en b . Rond je antwoorden zo nodig af op twee decimalen.

Hardlopen

Het maximale zuurstofopnamevermogen (in ml per minuut en per kg lichaamsgewicht) bepaalt hoeveel zuurstof iemand tijdens maximale inspanning kan benutten. Hoe hoger dit vermogen is, des te beter is zijn of haar conditie.

Je kunt het maximale zuurstofopnamevermogen van een persoon met een test bepalen. Vervolgens kun je in tabel 1 aflezen in welke categorie diens conditie valt. Dat hangt ook af van het geslacht en de leeftijd van die persoon.

tabel 1

mannen

leeftijd (in jaren)	zeer slechte conditie	slechte conditie	redelijke conditie	goede conditie	zeer goede conditie	uitstekende conditie
13 - 19	< 35,0	35,0 - 38,3	38,4 - 45,1	45,2 - 50,9	51,0 - 55,9	> 55,9
20 - 29	< 33,0	33,0 - 36,4	36,5 - 42,4	42,5 - 46,4	46,5 - 52,4	> 52,4
30 - 39	< 31,5	31,5 - 35,4	35,5 - 40,9	41,0 - 44,9	45,0 - 49,4	> 49,4
40 - 49	< 30,2	30,2 - 33,5	33,6 - 38,9	39,0 - 43,7	43,8 - 48,0	> 48,0
50 - 59	< 26,1	26,1 - 30,9	31,0 - 35,7	35,8 - 40,9	41,0 - 45,3	> 45,3
60+	< 20,5	20,5 - 26,0	26,1 - 32,2	32,3 - 36,4	36,5 - 44,2	> 44,2

vrouwen

leeftijd (in jaren)	zeer slechte conditie	slechte conditie	redelijke conditie	goede conditie	zeer goede conditie	uitstekende conditie
13 - 19	< 25,0	25,0 - 30,9	31,0 - 34,9	35,0 - 38,9	39,0 - 41,9	> 41,9
20 - 29	< 23,6	23,6 - 28,9	29,0 - 32,9	33,0 - 36,9	37,0 - 41,0	> 41,0
30 - 39	< 22,8	22,8 - 26,9	27,0 - 31,4	31,5 - 35,6	35,7 - 40,0	> 40,0
40 - 49	< 21,0	21,0 - 24,4	24,5 - 28,9	29,0 - 32,8	32,9 - 36,9	> 36,9
50 - 59	< 20,2	20,2 - 22,7	22,8 - 26,9	27,0 - 31,4	31,5 - 35,7	> 35,7
60+	< 17,5	17,5 - 20,1	20,2 - 24,4	25,5 - 30,2	30,3 - 31,4	> 31,4

Je kunt bijvoorbeeld aflezen dat een man van 45 jaar met een maximaal zuurstofopnamevermogen van 35,1 een redelijke conditie heeft.

Bij hardlopen geldt een verband tussen het maximale zuurstofopnamevermogen en de hoogst haalbare gemiddelde snelheid op de te lopen afstand, namelijk:

$$v = c \cdot m$$

Hierin is m het maximale zuurstofopnamevermogen (in ml per minuut en per kg lichaamsgewicht) en v de hoogst haalbare gemiddelde snelheid op die afstand in km/uur. De waarde van c hangt af van de afstand. Zie tabel 2.

tabel 2

afstand	c
800 m	0,355
1500 m	0,338
3 km	0,322
5 km	0,311
10 km	0,296
15 km	0,287
16,1 km	0,286
20 km	0,282
21,1 km	0,28
25 km	0,277
30 km	0,274
42,2 km	0,267

Victor en zijn moeder Annet doen allebei mee aan de 'Klap tot Klaploop' in Stadskanaal. Bij dit loopevenement kun je kiezen uit twee afstanden: 5 km en 10 km. Victor is 15 jaar en zijn conditie valt in de categorie 'zeer goed'. Hij gaat de 10 km lopen. Annet is 38 jaar en haar conditie valt in de categorie 'redelijk'. Zij gaat de 5 km lopen. Beiden zullen zich maximaal inspannen.

Victor beweert dat zijn conditie zoveel beter is dan die van zijn moeder dat hij de 10 km in minder tijd kan lopen dan Annet de 5 km.

7p 21 Onderzoek of dat volgens bovenstaande gegevens mogelijk is.