

Correctievoorschrift HAVO

2015

tijdvak 2

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.

- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.
- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.
- NB1 Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.
- NB2 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB

Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift te laat zou komen.

In dat geval houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 78 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1. Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2. De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Veilig vliegen

1 maximumscore 4

- Het tekenen van de lijn door $(0, 4; 0)$ en (bijvoorbeeld) $(1, 6; 20)$ 2
- Uit het aflezen van de coördinaten van het snijpunt van deze lijn met de rand van het grijs gemaakte gebied volgt: de gevraagde snelheid is (Mach) 1,5 en de gevraagde hoogte is 18 000 (feet) 2

Opmerking

Voor de hoogte is een afleesmarge van 1000 (feet) toegestaan.

2 maximumscore 3

- De vergelijking $60,2 \cdot \log(10v) = 30$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $v \approx 0,3$ (dus de gevraagde minimale snelheid is (Mach) 0,3) 1

3 maximumscore 3

- $h = 33,3 \cdot \sqrt{v-1,2}$ geeft $\sqrt{v-1,2} = \frac{h}{33,3}$ 1
- Hieruit volgt $v-1,2 = \left(\frac{h}{33,3}\right)^2$ 1
- Dus $v = \left(\frac{h}{33,3}\right)^2 + 1,2$ (of $v = 9,0 \cdot 10^{-4} h^2 + 1,2$) (of $v = \frac{h^2}{1108,89} + 1,2$) (of $v = 0,0009h^2 + 1,2$) 1

Functies met een wortel

4 maximumscore 5

- (Uit de vergelijking $(x - \sqrt{x})^2 = x$ volgt) $x - \sqrt{x} = -\sqrt{x}$ of $x - \sqrt{x} = \sqrt{x}$ 2
- Hieruit volgt ($x = 0$ of) $x = 2\sqrt{x}$ 1
- Beide kanten van de laatste vergelijking kwadrateren geeft $x^2 = 4x$ (of beide vergelijkingen delen door \sqrt{x} (omdat $x \neq 0$) geeft $\sqrt{x} = 2$) 1
- Hieruit volgt $x = 4$ (dus de x -coördinaat van A is 4) 1

of

- Haakjes wegwerken tot $x^2 - 2x\sqrt{x} + x = x$ 1
- Hieruit volgt dat $x^2 - 2x\sqrt{x} = 0$ en vervolgens $x(x - 2\sqrt{x}) = 0$ 1
- Hieruit volgt ($x = 0$ of) $x = 2\sqrt{x}$ 1
- Beide kanten van de laatste vergelijking kwadrateren geeft $x^2 = 4x$ (of beide vergelijkingen delen door \sqrt{x} (omdat $x \neq 0$) geeft $\sqrt{x} = 2$) 1
- Hieruit volgt $x = 4$ (dus de x -coördinaat van A is 4) 1

5 maximumscore 3

- $f'(x) = 2(x - \sqrt{x}) \cdot (1 - \frac{1}{2\sqrt{x}})$ 2
- Dit uitwerken tot $f'(x) = 2(x - \sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2})$ en dat geeft $f'(x) = 2x - 3\sqrt{x} + 1$ 1

Opmerking

Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct toepast, voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

of

- $f(x) = (x - \sqrt{x})^2$ schrijven als $f(x) = x^2 - 2x^{1,5} + x$ 2
- $f'(x) = 2x - 3\sqrt{x} + 1$ 1

6 maximumscore 5

- De richtingscoëfficiënt van de lijn $y = x$ is 1 1
- Dus geldt $2x - 3\sqrt{x} + 1 = 1$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De x -coördinaat van B is 2,25 (of $\frac{9}{4}$) en de y -coördinaat van B is 0,5625 (of $\frac{9}{16}$) 1
- Een vergelijking van de gevraagde raaklijn is $y = x - 1,6875$ (of $y = x - \frac{27}{16}$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

7 maximumscore 4

- Er geldt $(36 - p\sqrt{36})^2 = 36$ 1
- Dit schrijven als $36p^2 - 432p + 1260 = 0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- $p = 5$ of $p = 7$ (dus de gevraagde waarden van p zijn 5 en 7) 1

of

- Er geldt $(36 - p\sqrt{36})^2 = 36$ 1
- Hieruit volgt $36 - 6p = -6$ of $36 - 6p = 6$ 2
- $p = 5$ of $p = 7$ (dus de gevraagde waarden van p zijn 5 en 7) 1

Vierkanten

8 maximumscore 3

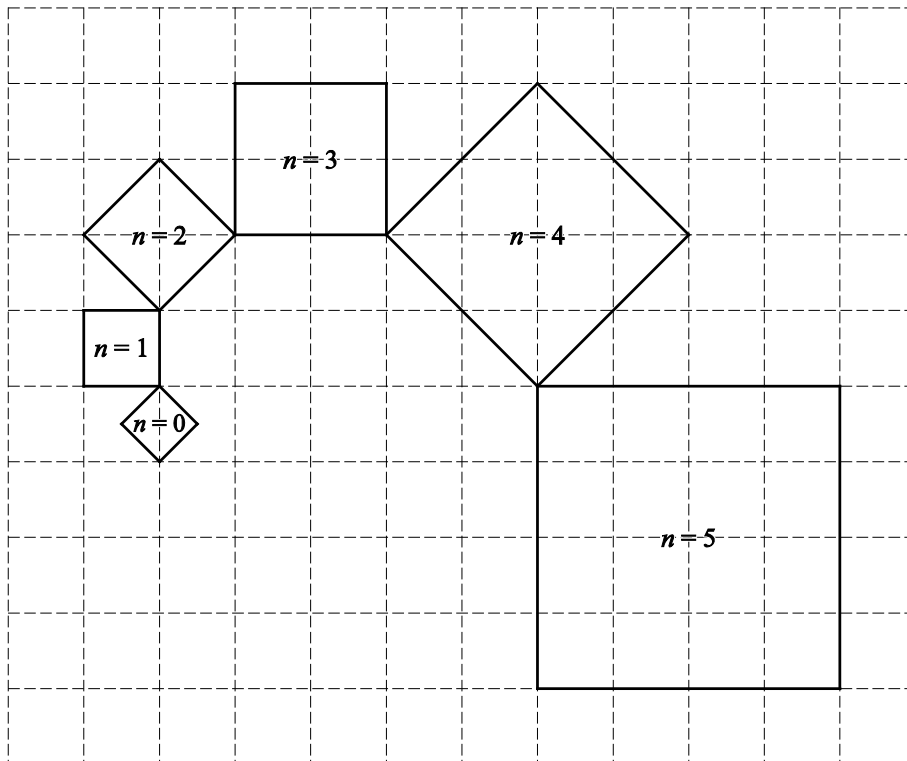
- Er geldt $k^2 = 2$ 2
- Dit geeft $k = \sqrt{2}$ 1

of

- Voor 2 opeenvolgende waarden van n de lengte van de zijde van het vierkant berekenen (bijvoorbeeld: voor $n=1$ is $z=1$ en voor $n=2$ is $z=\sqrt{2}$) 2
- Hieruit volgt dat er met $\sqrt{2}$ is vermenigvuldigd (dus $k = \sqrt{2}$) 1

9 maximumscore 4

- Een juiste tekening van het vierkant met rangnummer $n=0$ 2
- Een juiste tekening van het vierkant met rangnummer $n=5$ 2



10 maximumscore 3

- Het opstellen van $\frac{1}{2} \cdot 2^n = 131\,072$ 1
- Hieruit volgt $2^n = 262\,144$ 1
- Dit geeft $n = {}^2\log(262\,144) = 18$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

11 maximumscore 4

- (Voor het vierkant met rangnummer $n=1$ geldt $z=1$, dus) $1=2^{a+1+b}$ en
(voor het vierkant met rangnummer $n=3$ geldt $z=2$, dus) $2=2^{a+3+b}$ 1
- Hieruit volgt $0=a+b$ en $1=3a+b$ 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarden voor a en b gevonden kunnen worden 1
- Het antwoord $a=0,5$ en $b=-0,5$ 1

of

- Er geldt $z(n)=\sqrt{\frac{1}{2}\cdot 2^n}$ 1
- Dit geeft $z(n)=\sqrt{2^{-1}\cdot 2^n}$ 1
- Hieruit volgt $z(n)=(2^{n-1})^{\frac{1}{2}}$ 1
- Dit geeft $z(n)=2^{\frac{1}{2}n-\frac{1}{2}}$ (dus $a=0,5$ en $b=-0,5$) 1

of

- Er geldt $(z(n))^2=A(n)=(2^{a+n+b})^2$ 1
- $(2^{a+n+b})^2=2^{2a+n+2b}=2^{2a\cdot n}\cdot 2^{2b}$ 1
- Dit geeft $2^{2a}=2=2^1$ dus $a=0,5$ 1
- En $2^{2b}=\frac{1}{2}=2^{-1}$ dus $b=-0,5$ 1

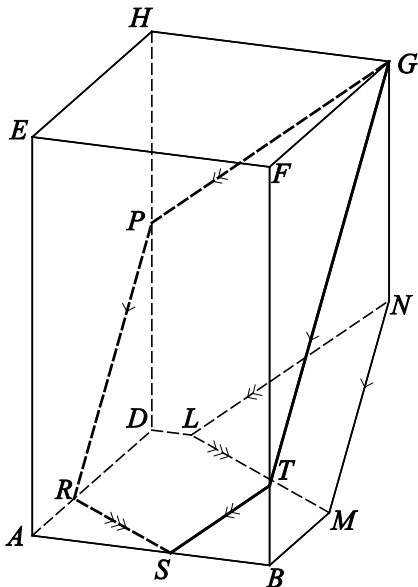
Balk!?

12 maximumscore 4

- Uit $CN = 2$ en $MC = 2$ volgt $MN = \sqrt{2^2 + 2^2}$ ($\approx 2,83$) 1
- Uit $CL = 2,5$ volgt $LM = LN = \sqrt{2^2 + 2,5^2}$ ($\approx 3,20$) 1
- Driehoek LMN is gelijkbenig, dus voor de hoogte h geldt
 $h = \sqrt{3,20^2 - (0,5 \cdot 2,83)^2}$ ($\approx 2,87$) 1
- De oppervlakte van driehoek LMN is dus $\frac{1}{2} \cdot 2,83 \cdot 2,87 \approx 4,1$ 1

13 maximumscore 4

- Lijnstuk $GP \parallel LN$ en lijnstuk $GT \parallel MN$ tekenen 1
- Lijnstuk $PR \parallel MN$ tekenen 1
- Lijnstuk $RS \parallel LM$ tekenen 1
- De tekening voltooien door lijnstuk ST te tekenen 1



Opmerking

Als de kandidaat evenwijdigheid alleen in de tekening heeft aangegeven, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Een functie met sinus en cosinus

14 maximumscore 3

- De afgeleide van $x \cdot \sin(x)$ is $1 \cdot \sin(x) + x \cdot \cos(x)$ (of $\sin(x) + x \cdot \cos(x)$) 2
- Dus $f'(x) = \sin(x) + x \cdot \cos(x) - \sin(x) = x \cdot \cos(x)$ 1

15 maximumscore 6

- $f'(x) = 0$ geeft ($x = 0$ of) $\cos(x) = 0$ 1
- Samen met x tussen 2π en 5π geeft dit $x = 2\frac{1}{2}\pi$ of ($x = 3\frac{1}{2}\pi$ of)
 $x = 4\frac{1}{2}\pi$ 2
- Invullen in $f(x) = x \cdot \sin(x) + \cos(x)$ geeft $f(2\frac{1}{2}\pi) = 2\frac{1}{2}\pi$ (en
 $f(3\frac{1}{2}\pi) = -3\frac{1}{2}\pi$) en $f(4\frac{1}{2}\pi) = 4\frac{1}{2}\pi$ 1
- De richtingscoëfficiënt van l is $\frac{4\frac{1}{2}\pi - 2\frac{1}{2}\pi}{4\frac{1}{2}\pi - 2\frac{1}{2}\pi} = 1$ 1
- Een vergelijking van l is $y = x$ 1

Opmerking

Als bij de berekening gebruik is gemaakt van afgeronde waarden voor de y-coördinaten van A en B, voor deze vraag maximaal 4 scorepunten toekennen.

Boeien

16 maximumscore 5

- Het volume van de boei is $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 60^3$ ($\approx 905\,000$) (cm^3) (of nauwkeuriger) 1
- 65% hiervan ligt boven het wateroppervlak, dat is $0,65 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 60^3$ (of $0,65 \cdot 905\,000 \approx 588\,000$) (cm^3) (of nauwkeuriger) 1
- $V = 0,65 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 60^3$ (of $V = 588\,000$) en $r = 60$ invullen in de gegeven formule geeft $0,65 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 60^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot (3 \cdot 60 - h)$ (of $588\,000 = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot (3 \cdot 60 - h)$) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde hoogte is 72 (cm) 1

17 maximumscore 3

- Er geldt $\frac{h}{h-90} = \frac{60}{15}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $h = 120$ 1

of

- Er geldt $\frac{h}{h-90} = \frac{60}{15}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $h = 120$ invullen geeft $\frac{120}{30} = \frac{60}{15}$ 1
- De conclusie dat $h = 120$ 1

18 maximumscore 5

- Het volume van de afgeknotte kegel is $\frac{1}{3} \pi \cdot 60^2 \cdot 120 - \frac{1}{3} \pi \cdot 15^2 \cdot 30$ (of 445 000) (cm^3) 2
- Het volume van het deel boven het wateroppervlak van de cilinder is $\pi \cdot 60^2 \cdot 35$ (of 396 000) (cm^3) 1
- Het totale volume van de boei is $\frac{\frac{1}{3} \pi \cdot 60^2 \cdot 120 - \frac{1}{3} \pi \cdot 15^2 \cdot 30 + \pi \cdot 60^2 \cdot 35}{0,65}$ (of $\frac{445\,000 - 396\,000}{0,65}$) (cm^3) 1
- Het antwoord is 1 300 000 (cm^3) 1

Van een rechte naar een scheve cilinder

19 maximumscore 3

- 90% van 50 is 45 (dus $h = 45$) 1
- $\sin(\alpha) = \frac{45}{50}$ ($= 0,9$) 1
- De gevraagde waarde van α is 64° 1

of

- h is 90% van 50 (dus $h = 0,90 \cdot 50$) 1
- Dus $\sin(\alpha) = 0,9$ 1
- De gevraagde waarde van α is 64° 1

20 maximumscore 4

- Er geldt $\sin(\alpha) = \frac{h}{50}$ dus $h = 50 \sin(\alpha)$ 1
- Dit invullen in $V_2 = h \cdot G_2$ geeft $V_2 = 50 \sin(\alpha) \cdot G_2$ 1
- Samen met $V_1 = 50 \cdot G_1$ en $V_1 = V_2$ geeft dit $50 \cdot G_1 = 50 \sin(\alpha) \cdot G_2$ 1
- Dus $G_1 = \sin(\alpha) \cdot G_2$ en hieruit volgt $G_2 = \frac{G_1}{\sin(\alpha)}$ 1

of

- Uit $V_1 = V_2$ volgt $50 \cdot G_1 = h \cdot G_2$ 1
- Dit geeft $\frac{G_1}{G_2} = \frac{h}{50}$ 1
- Er geldt $\sin(\alpha) = \frac{h}{50}$ 1
- Dus $\frac{G_1}{G_2} = \sin(\alpha)$ en hieruit volgt $G_2 = \frac{G_1}{\sin(\alpha)}$ 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinerator in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 23 juni naar Cito.