Correctievoorschrift HAVO

2013

tijdvak 1

wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB2 Als het College voor Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.
Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB

a. Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
b. Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden WOLF-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt. In dat geval houdt het College voor Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 80 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Tornadoschalen

1 maximumscore 3

- 280 km/u komt overeen met 77,8 m/s — 1
- $v = 77{,}8$ invullen in de formule geeft $F \approx 3{,}3$ — 1
- Dus de intensiteit op de Fujita-schaal is 3 — 1

2 maximumscore 4

- De waarde van F is dan minimaal 3,5 — 1
- De gevraagde v kan dus gevonden worden door de vergelijking $\left(\frac{v}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2 = 3{,}5$ op te lossen — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- De minimale waarde van v in zo'n tornado is 81,3 — 1

Opmerking
Als een kandidaat de vergelijking $F = 4$ oplost, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

3 maximumscore 4

- Substitutie van $v = 2{,}39 \cdot (T+4)^{\frac{3}{2}}$ in de formule voor F geeft
  $F = \left(\dfrac{2{,}39 \cdot (T+4)^{\frac{3}{2}}}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2$ — 1
- Dus $F = \left(\dfrac{2{,}39}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left((T+4)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} - 2$ — 1
- Dit geeft $F = \left(\dfrac{2{,}39}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot (T+4) - 2$ — 1
- (Dit geeft het lineaire verband $F \approx 0{,}52 \cdot T + 0{,}10$ dus) $a = 0{,}52$ en $b = 0{,}10$ — 1

of

- (Bijvoorbeeld) $T = 0$ invullen in de formule voor v geeft $v = 2{,}39 \cdot 4^{\frac{3}{2}} = 19{,}12$ en dit invullen in de formule voor F geeft
  $F = \left(\dfrac{19{,}12}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2 \approx 0{,}10$ — 1
- $T = 0$, $F = 0{,}10$ en $F = aT + b$ geeft $b = 0{,}10$ — 1
- (Bijvoorbeeld) $T = 1$ invullen in de formule voor v geeft $v = 2{,}39 \cdot (4+1)^{\frac{3}{2}} \approx 26{,}72$ en dit invullen in de formule voor F geeft
  $F = \left(\dfrac{26{,}72}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2 \approx 0{,}62$ — 1
- $T = 1$, $F = 0{,}62$ en $F = aT + b$ met $b = 0{,}10$ geeft $a = 0{,}52$ — 1

Wortel en parabool

4	**maximumscore 4**	
	• $f'(x) = \dfrac{8}{2\sqrt{8x-4}}$ (of een vergelijkbare vorm)	2
	• $g'(x) = 2x$	1
	• Invullen van $x = 1$ in de afgeleiden geeft $f'(1) = g'(1) = 2$ (dus zijn in dit punt de hellingen van de grafieken van f en g gelijk)	1
	Opmerking *Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct toepast, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.*	
5	**maximumscore 6**	
	• De vergelijking $\sqrt{8x-4} = 3$ moet worden opgelost (voor $x > 0$)	1
	• Kwadrateren van beide zijden geeft $8x - 4 = 9$	1
	• Dit geeft $x = \frac{13}{8}$ (dus de x-coördinaat van A is $\frac{13}{8}$)	1
	• De vergelijking $x^2 + 1 = 3$ moet worden opgelost (voor $x > 0$)	1
	• Dit geeft $x = \sqrt{2}$ (dus de x-coördinaat van C is $\sqrt{2}$)	1
	• De lengte van CA is $\frac{13}{8} - \sqrt{2}$	1

Omvliegen

6 maximumscore 4

- In deze situatie zijn de afstanden te berekenen in een rechthoekige driehoek waarvan één van de hoeken gelijk is aan ($342 - 270 =$) 72 (°) 1
- De afstand in westelijke richting is $315 \cdot \cos 72°$ ($\approx 97{,}3$) (km) 1
- De afstand in noordelijke richting is $315 \cdot \sin 72°$ ($\approx 299{,}6$) (km) 1
- Dus de vliegafstand is ($299{,}6 + 97{,}3 - 315 \approx$) 80 (km) langer 1

7 maximumscore 5

- In deze situatie zijn de afstanden te berekenen in een driehoek waarvan één van de hoeken gelijk is aan ($342 - 310 =$) 32 (°) 1
- (Voor de afstand van het laatste deel van de vlucht geldt de cosinusregel:) $\text{afstand}^2 = 300^2 + 315^2 - 2 \cdot 300 \cdot 315 \cdot \cos 32°$ 1
- De afstand van het laatste deel van de vlucht is (ongeveer) 170 (km) 1
- Het gevraagde percentage is gelijk aan $\frac{(300+170)-315}{300+170} \cdot 100\%$ 1
- Het gevraagde percentage is 33 (%) 1

Derdegraadsfunctie en gebroken functie

8 maximumscore 7

- $f'(x) = -3x^2 + 4$ — 1
- (De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in de oorsprong is) $f'(0) = 4$ — 1
- $g'(x) = 2a(ax+1)^{-3}$ — 2
- (De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van g in de oorsprong is) $g'(0) = 2a$ — 1
- (Loodrecht snijden, dus) voor de gevraagde waarde van a geldt $2a \cdot 4 = -1$ — 1
- Dus $a = -\frac{1}{8}$ — 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct toepast, voor deze vraag maximaal 5 scorepunten toekennen.

Olie

9 maximumscore 4

- De vergelijking $g^{11} = 2$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $g \approx 1{,}065$ 1
- Dus een jaarlijkse groei van (ongeveer) 6,5% 1

10 maximumscore 4

- De vergelijking $500 \cdot 1{,}034^t = 750$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $1{,}034^t = \frac{750}{500}$ $(= \frac{3}{2})$ 1
- Dus $t = \dfrac{\log \frac{750}{500}}{\log 1{,}034} \approx 12{,}1$ (of $t = {}^{1{,}034}\log \frac{750}{500} \approx 12{,}1$) 1
- Dus in 1993 passeerde de totale hoeveelheid verbruikte olie de grens van 750 miljard vaten 1

Opmerking
Voor het antwoord 1994 geen scorepunten in mindering brengen.

11 maximumscore 4

- De vergelijking $\dfrac{2400}{1 + 56 \cdot 0{,}95^t} = 1200$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $t \approx 78{,}5$ 1
- $(1930 + 78 = 2008)$ dus in 2008 was de geschatte voorraad voor de helft verbruikt 1

Grafiek van een logaritme

12 maximumscore 5

- De vergelijking ${}^{3}\log(4x+3)=0$ moet worden opgelost — 1
- (Voor de x-coördinaat van A geldt) $x=-\frac{1}{2}$ — 1
- (De y-coördinaat van B is) ${}^{3}\log(4\cdot 0+3)=1$ — 1
- (De richtingscoëfficiënt van l is) $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1-0}{0--\frac{1}{2}}=2$ — 1
- (Een vergelijking van l is dus) $y=2x+1$ — 1

13 maximumscore 3

- De gevraagde helling is gelijk aan $f'(1)$ — 1
- Beschrijven hoe $f'(1)$ berekend kan worden — 1
- $f'(1)\approx 0{,}52$ — 1

Grafiek van een cosinus

14 maximumscore 5

- $a=(\frac{4+1}{2}=)\ 2\frac{1}{2}$ — 1
- (Bijvoorbeeld) $b=(4-2\frac{1}{2}=)\ 1\frac{1}{2}$ en $d=4$ — 2
- Het interval $[1,4]$ is een halve periode, dus de periode is 6 — 1
- $c=\frac{2\pi}{6}$ $(=\frac{1}{3}\pi)$ (of ongeveer 1,05 (of nauwkeuriger)) — 1

Opmerking
Als een kandidaat werkt met een vergelijking van de vorm
$y=a+b\sin(c(x-d))$*, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*

Een halve cirkel als grafiek

15 maximumscore 5

- De vergelijking $1+\sqrt{-x^2-4x+12}=-x+4$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $-x^2-4x+12=(-x+3)^2$ 1
- Hieruit volgt $2x^2-2x-3=0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- (De x-coördinaat van A is) $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{7}$ en (de x-coördinaat van B is) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{7}$ (of vergelijkbare vormen) 1

16 maximumscore 5

- De grafiek van f heeft als vergelijking $y=1+\sqrt{-x^2-4x+12}$ 1
- Hieruit volgt $(y-1)^2=-x^2-4x+12$ 1
- Dit is te herleiden tot $(x+2)^2+(y-1)^2=16$ 1
- De coördinaten van het middelpunt zijn $(-2, 1)$ 1
- De straal is 4 1

of

- Voor de x-coördinaten van de randpunten van de grafiek geldt $-x^2-4x+12=0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- $x=-6$ of $x=2$ 1
- (De grafiek van f is de helft van een cirkel, dus) de straal is $\frac{2--6}{2}=4$ 1
- Het middelpunt heeft x-coördinaat $\frac{-6+2}{2}=-2$ en y-coördinaat $(f(-6)=(\text{of } f(2)=))\ 1$ 1

Cirkel en lijn

17 maximumscore 8

- De vergelijking $x^2 + y^2 - 6x + 6y = -8\frac{2}{5}$ is te herleiden tot $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9\frac{3}{5}$ — 1
- De straal van de cirkel is dus $\sqrt{9\frac{3}{5}}$ ($\approx 3{,}098$ (of nauwkeuriger)) — 1
- De coördinaten van M zijn $(3,-3)$ — 1
- Een lijn loodrecht op l heeft richtingscoëfficiënt $\frac{1}{4}$ — 1
- $x = 3$ en $y = -3$ invullen in $y = \frac{1}{4}x + b$ geeft $b = -3\frac{3}{4}$ (dus een vergelijking van de lijn m loodrecht op l door M is $y = \frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4}$) — 1
- $\frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4} = -4x - 3\frac{3}{4}$ geeft $x = 0$ en dit invullen in $y = \frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4}$ geeft $y = -3\frac{3}{4}$, dus de coördinaten van het snijpunt van l en m zijn $(0, -3\frac{3}{4})$ — 1
- De afstand tussen $M(3,-3)$ en $(0,-3\frac{3}{4})$, dus van M tot l, is $\sqrt{(0-3)^2 + (-3\frac{3}{4} - -3)^2} = \sqrt{9\frac{9}{16}}$ ($\approx 3{,}092$ (of nauwkeuriger)) — 1
- $9\frac{9}{16} < 9\frac{3}{5}$ (of $\sqrt{9\frac{9}{16}} < \sqrt{9\frac{3}{5}}$) (of $3{,}092 < 3{,}098$) (dus de afstand van M tot l is inderdaad kleiner dan de straal van c) — 1

of

- De afstand van M tot l is kleiner dan de straal als l en c twee snijpunten hebben — 2
- Dit is het geval als de vergelijking $x^2 + (-4x - 3\frac{3}{4})^2 - 6x + 6(-4x - 3\frac{3}{4}) = -8\frac{2}{5}$ twee oplossingen heeft — 1
- Uit $x^2 + (-4x - 3\frac{3}{4})^2 - 6x + 6(-4x - 3\frac{3}{4}) = -8\frac{2}{5}$ volgt $x^2 + 16x^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3\frac{3}{4}x + (3\frac{3}{4})^2 - 6x - 24x - 6 \cdot 3\frac{3}{4} = -8\frac{2}{5}$ — 2
- Hieruit volgt $x^2 + 16x^2 + 30x + 14\frac{1}{16} - 6x - 24x - 22\frac{1}{2} = -8\frac{2}{5}$ — 1
- Hieruit volgt $17x^2 = \frac{3}{80}$ — 1
- (Dit geeft $x = \sqrt{\frac{3}{1360}}$ of $x = -\sqrt{\frac{3}{1360}}$ dus) deze vergelijking heeft twee oplossingen (dus de afstand van M tot l is kleiner dan de straal van c) — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 28 mei naar Cito.