wiskunde A1,2

Examen HAVO

Hoger
Algemeen
Voortgezet
Onderwijs

20 **04**

Tijdvak 1
Woensdag 26 mei
13.30 – 16.30 uur

Voor dit examen zijn maximaal 83 punten te behalen; het examen bestaat uit 21 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van vraag 4 is een uitwerkbijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

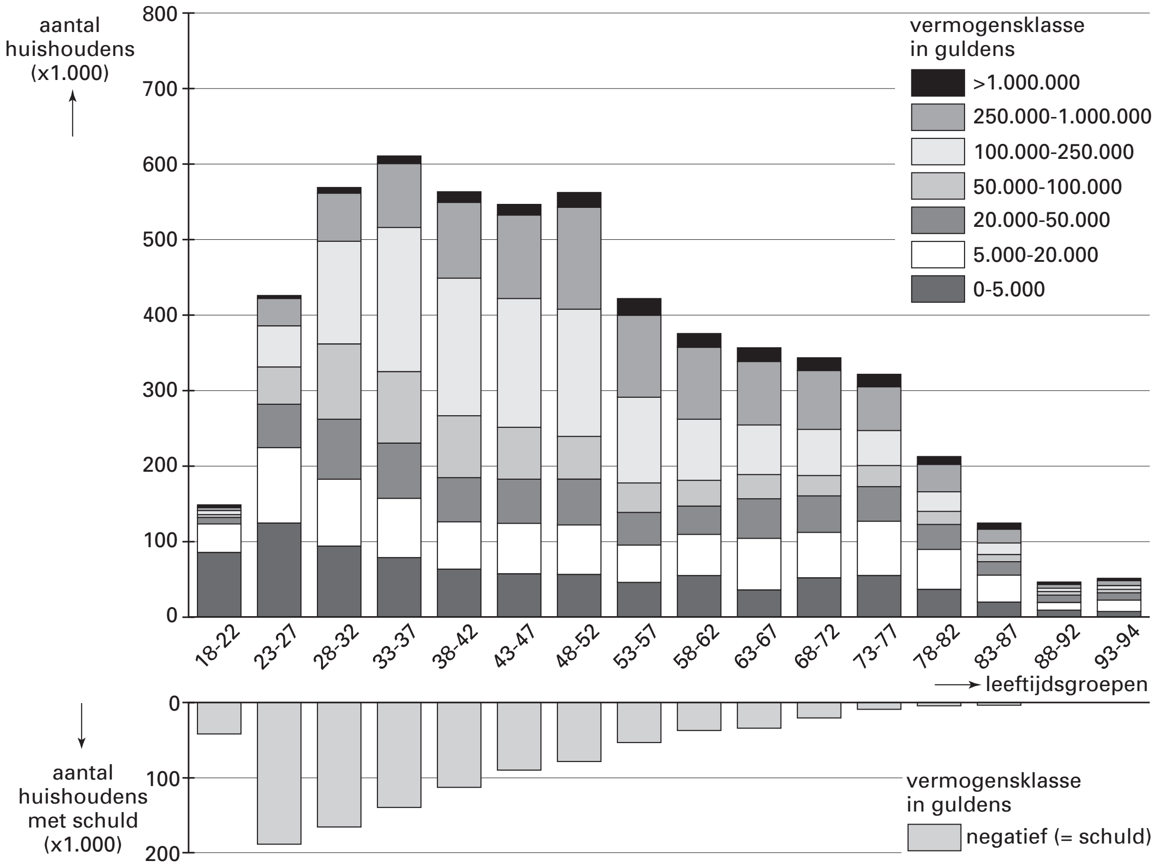
Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Vermogens van huishoudens

Onderstaand diagram stond in mei 2001 in de Volkskrant. Het geeft informatie over hoeveel vermogen of schuld huishoudens in Nederland hebben, uitgesplitst naar de leeftijd van de hoofdkostwinner in een huishouden.
Volgens figuur 1 zijn er in bijna alle leeftijdsgroepen huishoudens met een schuld.

figuur 1

Aantal huishoudens, gerangschikt naar leeftijd van de hoofdkostwinner en vermogensklasse



In de leeftijdsgroep 23-27 is het aantal huishoudens met een schuld het grootst.

3p **1** ☐ Hoeveel procent van de huishoudens in de leeftijdsgroep van 23-27 heeft een schuld? Licht je antwoord toe en rond af op een geheel getal.

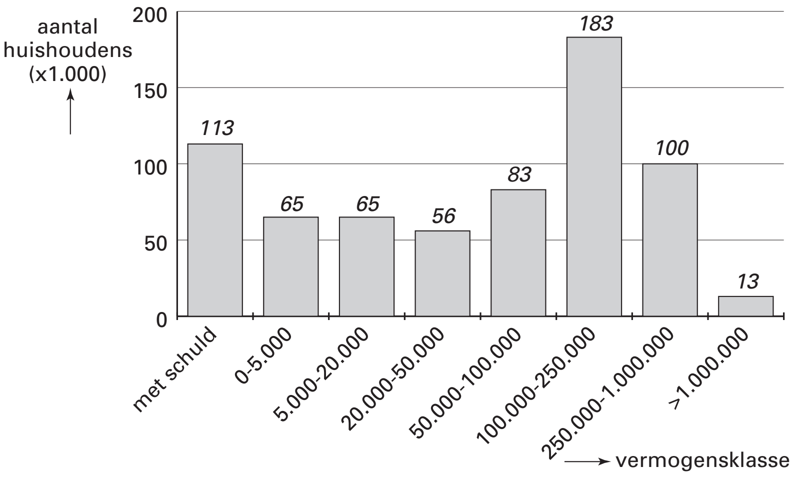
We willen weten hoeveel procent van de huishoudens in de leeftijdsgroep 33-37 een vermogen heeft tussen 100 000 en 250 000 gulden.

4p **2** ☐ Bereken dit percentage. Rond je antwoord af op een geheel getal.

In figuur 1 zijn de vermogensklassen van elke leeftijdsgroep op elkaar gestapeld.
Wij bekijken één leeftijdsgroep preciezer, namelijk de leeftijdsgroep 38-42 jaar.
In figuur 2 staan de vermogensklassen van deze leeftijdsgroep niet boven, maar naast elkaar.
Boven elke staaf staat het aantal huishoudens in duizendtallen.

figuur 2

Vermogen in guldens in de leeftijdsgroep 38-42



Van deze leeftijdsgroep is het volgende bekend:
- als een huishouden een schuld heeft, dan bedraagt die schuld gemiddeld 17 000 gulden;
- als een huishouden een vermogen heeft van meer dan 1 000 000 gulden dan bedraagt dat vermogen gemiddeld 3 000 000 gulden.

5p **3** □ Bereken het gemiddelde vermogen van de huishoudens in deze leeftijdsgroep.
Rond het antwoord af op duizenden guldens.

Balpennen

Een afdeling van een schrijfwarenfabriek maakt balpennen. Elke maand worden er ongeveer 100 000 balpennen gemaakt, maar de fabriek kan er meer produceren. Daarom laat de bedrijfsleider onderzoeken of het verstandig is de productie op te voeren.

De bedrijfswiskundige komt met de volgende formules voor de totale opbrengst en de totale kosten per maand:

$$TO = 0{,}79q - 0{,}00000113q^2$$

$$TK = 11600 + 17{,}9q^{0{,}68}$$

Hierin is:
- q het aantal geproduceerde pennen per maand,
- TO de totale opbrengst in euro en
- TK de totale kosten in euro.

Beide formules gelden voor een productie tot 500 000 pennen per maand.
De winst W is de totale opbrengst verminderd met de totale kosten, dus $W = TO - TK$.

6p **4** □ Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de grafieken van TO en TK, en geef op de q-as aan bij welke aantallen balpennen er winst wordt gemaakt.

3p **5** □ Bereken hoeveel de winst W stijgt als de productie wordt opgevoerd van 100 000 naar 200 000 pennen. Rond je antwoord af op honderden euro's.

De bedrijfsleider stelt de productie voorlopig vast op 200 000 balpennen per maand.
Hij zou de productie verder kunnen opvoeren, misschien levert dat nog meer winst op.
Daartoe laat hij de bedrijfswiskundige de formule voor de winst uitschrijven:

$$W = 0{,}79q - 0{,}00000113q^2 - 11600 - 17{,}9q^{0{,}68}$$

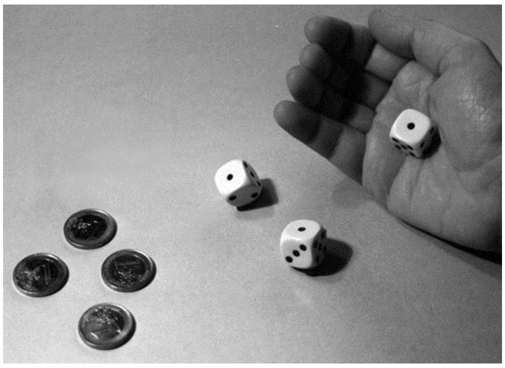
4p **6** □ Stel de formule van de afgeleide $\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}q}$ op.

De bedrijfsleider wil de winst zo groot mogelijk maken.
Als de productie toeneemt van 200 000 tot 240 000 balpennen per maand neemt $\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}q}$ af van ongeveer 0,09 tot ongeveer 0,02.
Op grond van deze informatie over $\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}q}$ zal de bedrijfsleider besluiten de productie wel of niet te verhogen van 200 000 tot 240 000 balpennen.

3p **7** □ Wat zal de bedrijfsleider besluiten? Licht je antwoord toe.

Franse Bank

foto



In Portugal kun je in een casino het dobbelspel *Franse Bank* (Banca Francesa) spelen.
De deelnemers zetten ieder een geldbedrag in, waarna de spelleider met drie dobbelstenen gooit. Men kijkt naar het totaal aantal ogen dat gegooid is. Dit aantal noemt men *Total*.

5p **8** □ Bereken de kans dat Total gelijk is aan 5.
Rond je antwoord af op drie decimalen.

De deelnemers kunnen inzetten op Ases, Pequeno of Grande:
- Ases: Je wint als Total gelijk is aan 3;
- Pequeno: Je wint als Total gelijk is aan 5, 6 of 7;
- Grande: Je wint als Total gelijk is aan 14, 15 of 16.

De uitbetaling gaat als volgt:

tabel 1

		Ases	**Pequeno**	**Grande**
Total	**3**	62 keer de inzet	0	0
	5, 6 of 7	0	2 keer de inzet	0
	14, 15 of 16	0	0	2 keer de inzet

Bijvoorbeeld:
Als Total gelijk is aan 14 en je hebt ingezet op Grande, dan krijg je 2 keer je inzet uitbetaald. Als je hebt ingezet op Ases of Pequeno, dan ben je je inzet kwijt aan het casino.

Als Total gelijk is aan 4, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 17 of 18 wint of verliest niemand. Er gebeurt dan niets met de inzetten en de spelleider gooit de dobbelstenen opnieuw.
In tabel 2 zie je de kansverdeling die bij Total hoort.

tabel 2

Total	3	5, 6 of 7	14, 15 of 16	4, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 17 of 18
kans	$\frac{1}{216}$	$\frac{31}{216}$	$\frac{31}{216}$	$\frac{153}{216}$

Als de deelnemers hebben ingezet wordt er gegooid met de dobbelstenen.
5p **9** □ Bereken de kans dat er pas bij de zesde keer gooien iets met de inzetten gebeurt. Rond je antwoord af op drie decimalen.

Omdat je in dit spel dus alleen iets wint of verliest wanneer het Ases, Pequeno of Grande wordt, is voor de deelnemers eigenlijk alleen de kansverdeling uit tabel 3 van belang.

tabel 3

gebeurtenis	Ases	Pequeno	Grande
kans	$\frac{1}{63}$	$\frac{31}{63}$	$\frac{31}{63}$

3p **10** □ Leg uit hoe men aan de kansen in tabel 3 komt.

Op een avond gaat Celia 100 keer een euro inzetten bij Franse Bank. Ze twijfelt of ze 100 keer gaat inzetten op Ases of 100 keer gaat inzetten op Grande.
Ze wil zoveel mogelijk uitbetaald krijgen.
5p **11** □ Welk advies zou je haar willen geven? Licht je advies toe.

Goudvissen

foto

Bij goudvissen doet zich een bijzonder verschijnsel voor. Een goudvis in een kleine vissenkom blijft kleiner dan een goudvis die in een grote vissenkom leeft.
De grootste lengte L die een goudvis in een kom kan bereiken, hangt af van de hoeveelheid water in de kom. Het verband wordt beschreven met de formule:

$$L = 2,6 \cdot V^{0,47}$$

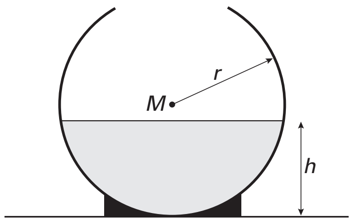
Hierin is L de grootste lengte van de goudvis (in centimeter) en V de hoeveelheid water in de vissenkom (in liter).

Een goudvis kan in een kom met 8 liter water een bepaalde lengte bereiken. Deze goudvis kan een grotere lengte bereiken als hij zou leven in een kom van 13 liter.

3p **12** □ Bereken hoeveel procent langer hij dan kan worden. Rond je antwoord af op een geheel getal.

Veel goudvissen zwemmen hun rondjes in een bolvormige vissenkom.
De hoeveelheid water V in een bolvormige vissenkom hangt af van de straal r van de bol en van de waterhoogte h. Zie figuur 3. M is het middelpunt van de bol.
Tabel 4 geeft voor een aantal waarden van r en h de hoeveelheid water V in een bolvormige vissenkom.

figuur 3



tabel 4

de hoeveelheid water V (in l) in een bolvormige vissenkom

		straal r van de bol (in cm)				
		10	**15**	**20**	**25**	**30**
waterhoogte h (in cm)	**5**	0,65	1,05	1,44	1,83	2,23
	10	2,09	3,67	5,24	6,81	8,38
	15	3,53	7,07	10,60	14,14	17,67
	20		10,47	16,76	23,04	29,32
	25		13,09	22,91	32,73	42,54
	30			28,27	42,41	56,55
	35			32,07	51,31	70,56
	40				58,64	83,78

In tabel 4 staan 31 waarden van V. Slechts een klein deel hiervan heeft betrekking op half volle vissenkommen. We noemen een kom half vol als hij precies tot het middelpunt M met water is gevuld.

3p **13** □ Welke waarden van V uit tabel 4 betreffen een half volle kom met meer dan 15 liter water? Licht je antwoord toe.

We bekijken de rij getallen voor $h = 15$. Zie tabel 5.

tabel 5

r	10	15	20	25	30
V	3,53	7,07	10,60	14,14	17,67

Er is bij die getallen sprake van een lineair verband tussen V en r.
Dat verband kunnen we schrijven als: $V = a \cdot r + b$.

4p **14** □ Bereken a en b. Rond je antwoorden af op twee decimalen.

Voor een vissenkom met een bepaalde grootte kunnen we het verband opstellen tussen de waterhoogte h en de grootste lengte L die de goudvis kan bereiken. Dit verband is:

$$L = 2{,}6 \cdot \left(0{,}00105 \cdot h^2 \cdot (60 - h)\right)^{0{,}47}$$

In de formule zijn L en h beide in centimeters en is h kleiner dan 40.
We willen die kom vullen met zoveel water dat een goudvis daarin een grootste lengte van 10 cm kan bereiken.

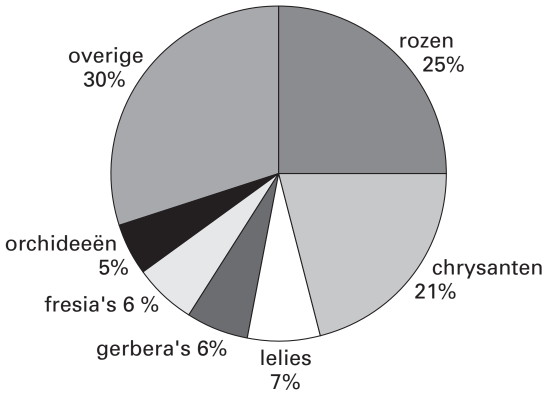
3p **15** □ Bereken de waterhoogte in die vissenkom. Rond je antwoord af op één decimaal.

Rozen in de kas

Veel bloemen worden in kassen gekweekt.
In het jaar 2000 werd er ongeveer 3850 hectare (ha) kasgrond voor bloemen gebruikt.
Hiervan werd 25% gebruikt voor rozen.
Die 25% noemen wij het *aandeelpercentage* van de rozen. Zie figuur 4.

figuur 4

Snijbloemen in kassen in het jaar 2000



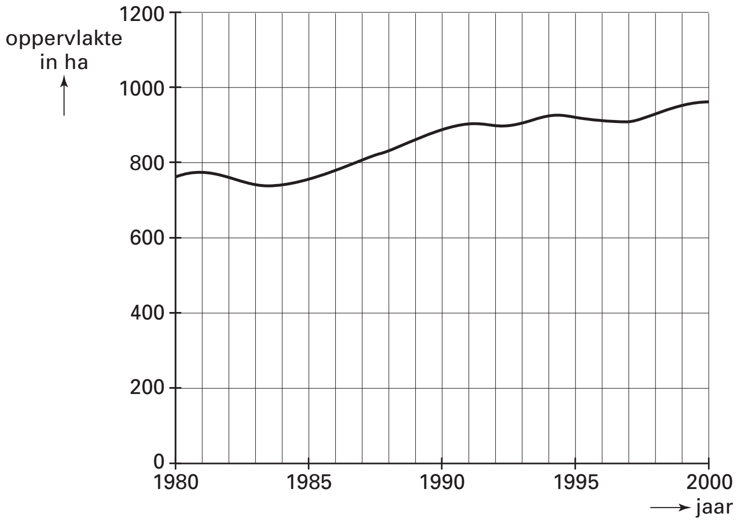
De totale oppervlakte aan kasgrond voor bloemen was in het jaar 2000 groter dan in het jaar 1999. De totale oppervlakte nam met 2,7% toe tot 3850 ha in het jaar 2000.
In deze periode nam de oppervlakte aan kasgrond voor rozen met slechts 10 ha toe.

5p **16** ☐ Bereken het aandeelpercentage van de rozen in 1999. Rond je antwoord af op één decimaal.

In het jaar 1980 kweekten 1150 bedrijven rozen.
In het jaar 2000 was dit aantal teruggelopen tot 800 bedrijven.
Ondanks de afname van het aantal bedrijven is de teelt van rozen in kassen in die 20 jaar toch toegenomen. Zie figuur 5. Dat betekent dat per bedrijf de gemiddelde oppervlakte aan kasgrond voor rozen sterk gegroeid is.

figuur 5

Totale oppervlakte aan kasgrond voor rozen (in ha)



4p **17** ☐ Bereken met hoeveel procent de gemiddelde oppervlakte (aan kasgrond voor rozen) per bedrijf is toegenomen in de periode 1980 tot 2000. Geef je antwoord in gehele procenten.

Er worden miljarden rozen per jaar geteeld in Nederland. Ze worden verkocht op lengte, waarbij de langere rozen meer geld opbrengen.
Een rozenkwekerij heeft een grote kas vol rozenstruiken van dezelfde soort. De lengte waarop de stelen afgesneden kunnen worden is normaal verdeeld met een gemiddelde van 74 cm en een standaardafwijking van 12 cm.

4p **18** ☐ Hoeveel procent van de rozen van deze struiken zal een lengte hebben van meer dan 100 cm? Licht je antwoord toe en rond af op één decimaal.

Vierkeuzetoetsen

Deze opgave gaat over het geven van cijfers voor toetsen die alleen uit vierkeuzevragen bestaan.
Er zijn verschillende manieren om het aantal goed beantwoorde vragen om te zetten in een cijfer.

Eerste manier
Bij een toets die uit 40 vierkeuzevragen bestaat, wordt het cijfer als volgt bepaald:
- je krijgt een 1 als je geen enkele vraag goed hebt;
- je krijgt een 10 als je alle vragen goed hebt;
- het deel van de negen punten bovenop die 1 is evenredig met het aantal goed beantwoorde vragen.

3p **19** ☐ Bereken voor deze manier het cijfer als je 60% van de vragen goed beantwoord hebt. Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Tweede manier
Je kunt bij een toets met meerkeuzevragen door te gokken een aantal vragen goed beantwoorden, ook al weet je niets van de leerstof.
Bij deze tweede manier wordt er bij het bepalen van het cijfer rekening gehouden met het gokken van antwoorden.
Een toets bestaat uit 40 vierkeuzevragen. Men gebruikt nu de volgende formule om het cijfer te bepalen:

$$C = 0,3 \cdot G - 2$$

Hierin is C het cijfer en G het aantal goed beantwoorde vragen.
Als C lager dan 1 uitkomt, wordt het cijfer een 1.

Stel dat iemand bij de toets de juiste antwoorden weet van 20 vragen. De antwoorden van de overige 20 vragen gokt hij.

4p **20** ☐ Welk cijfer zal hij *naar verwachting* krijgen? Licht je antwoord toe.

Algemeen
Tot nu toe ging het over toetsen met 40 vierkeuzevragen. Zo'n toets kan ook een ander aantal vragen hebben. De volgende formule is dan handig:

$$C = 12 \cdot \frac{G}{V} - 2$$

In deze formule is
- C het cijfer. Als C lager dan 1 uitkomt, wordt het cijfer een 1;
- G het aantal goed beantwoorde vragen;
- V het aantal vragen van de toets.

Een klasgenoot van Arina moet een toets inhalen. Hij vraagt aan Arina uit hoeveel vragen de toets bestond. Arina herinnert zich dat niet meer. Zij weet nog wel dat zij er 42 goed had met als resultaat een 7,7.

4p **21** ☐ Bereken het aantal vragen van deze toets.

Einde