

Voor dit examen zijn maximaal 82 punten te behalen; het examen bestaat uit 19 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de beantwoording van vraag 8 is een uitwerkbijlage bijgevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Beschoit

Gewone beschoiten worden verkocht in beschoitrollen van 13 stuks. Een gewone beschoit weegt gemiddeld 8,0 gram.

Er zijn ook grotere, zogeheten 'Twentsche beschoiten' die worden verkocht in zakken van 10 stuks. Een Twentsche beschoit weegt gemiddeld 10,7 gram.

foto



Enige tijd geleden kostte in de supermarkt een rol gewone beschoit € 0,91 en een zak Twentsche beschoit € 0,93.

- 3p **1** ☐ Bij welk van deze twee artikelen verwacht je het meeste beschoit voor je geld? Motiveer je antwoord.

Vanzelfsprekend wegen beschoiten niet allemaal precies even veel. Het gewicht van een gewone beschoit is normaal verdeeld met een gemiddeld gewicht van 8,0 gram en een standaardafwijking van 0,6 gram. De kans is daarom vrij groot dat een willekeurige gewone beschoit meer weegt dan 7,5 gram. Toch gebeurt het niet vaak dat in een rol gewone beschoit elke beschoit meer dan 7,5 gram weegt.

- 5p **2** ☐ Bereken de kans dat in een rol gewone beschoit elke beschoit meer dan 7,5 gram weegt.

Het gewicht van een Twentsche beschoit is ook normaal verdeeld. Een Twentsche beschoit weegt gemiddeld 10,7 gram met een standaardafwijking van 0,9 gram. Zowel bij een rol gewone beschoit als bij een zak Twentsche beschoit kan het gebeuren dat de inhoud minder weegt dan de 100 gram die op de verpakking staat vermeld. Voor gewone beschoit is de kans op deze gebeurtenis 0,032.

- 5p **3** ☐ Bereken bij welke soort beschoit de kans het grootst is dat de inhoud minder weegt dan de 100 gram die op de verpakking staat.

Schoenwinkel Boermans bestaat 40 jaar. Om dat te vieren overweegt eigenaar Boermans om een actie met kraskaarten te houden. Iedere klant die voor ten minste 50 euro in de winkel besteedt, krijgt een kraskaart. Op elke kraskaart komen acht vakjes die opengekrast kunnen worden. In zes willekeurig gekozen vakjes staat het woord 'jammer!' In de andere twee vakjes staat het gezicht van Boermans afgebeeld. De klant mag naar keuze twee vakjes openkrassen. Indien een klant ten minste één maal het gezicht van Boermans te voorschijn krast, dan levert dat de klant een cadeaubon op.

Een klant die een kraslot mag gaan krassen, heeft een kans van $\frac{26}{56}$ op een cadeaubon.

- 4p **4** ☐ Laat met een berekening zien dat deze kans juist is.

Het is mogelijk dat de vijfde klant die op een dag gaat krassen, de eerste klant is die op die dag een cadeaubon wint.

- 3p **5** ☐ Bereken de kans dat dit gebeurt.

Boermans verwacht dat hij per dag gemiddeld 13 cadeaubonnen zal moeten uitdelen. Deze verwachting baseert hij op het gemiddelde aantal klanten per dag die in het verleden 50 euro of meer besteedden.

- 3p **6** ☐ Bereken dit gemiddelde aantal klanten per dag waarvan Boermans is uitgegaan.

De krasactie van Boermans gaat een jaar duren. Een klant kan met een in de krasactie gewonnen cadeaubon een keuze maken uit een beperkte, speciaal daarvoor aangewezen voorraad artikelen in Boermans' winkel.

Boermans heeft nog niet besloten hoe groot hij de waarde van de cadeaubonnen zal maken. Hij wil kiezen uit de volgende twee mogelijkheden.

- Mogelijkheid A: gedurende de hele actie is elke cadeaubon 17,50 euro waard.
- Mogelijkheid B: elke cadeaubon die op de eerste dag wordt uitgedeeld is 5 euro waard; elke cadeaubon die op de tweede dag wordt uitgedeeld is 5,10 euro waard; elke cadeaubon die op de derde dag wordt uitgedeeld 5,20 euro, enzovoort. Elke dag dat de winkel geopend is worden de bonnen 0,10 euro meer waard. Omdat Boermans in een jaar 300 dagen geopend is, zijn de bonnen op de laatste dag van de actie 34,90 euro waard.

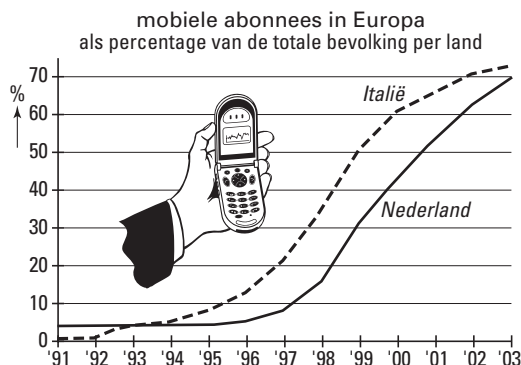
Boermans wil een indicatie hebben hoeveel geld hij bij beide mogelijkheden kwijt zal raken aan cadeaubonnen. Bij de berekeningen mag je ervan uit gaan dat Boermans elke dag precies 13 cadeaubonnen uitdeelt.

- 6p **7** ☐ Bereken hoeveel geld Boermans kwijt is bij elk van beide mogelijkheden.

In de jaren negentig van de twintigste eeuw hebben steeds meer mensen een mobiele telefoon aangeschaft. Om de ontwikkelingen te volgen, kijken telefoonbedrijven vooral naar het *deelnamepercentage*. Dat is het aantal abonnees met een mobiele telefoon in een land, uitgedrukt als percentage van het aantal inwoners van dat land.

In de grafiek van figuur 1 is weergegeven hoe de deelnamepercentages van Nederland en Italië zich de afgelopen jaren hebben ontwikkeld. Figuur 1 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 1



Zoals je in figuur 1 kunt zien, is het deelnamepercentage van Italië vanaf 1994 voortdurend groter dan het deelnamepercentage van Nederland. Het verschil tussen het deelnamepercentage van Italië en het deelnamepercentage van Nederland is echter niet elk jaar even groot.

- 5p **8** ☐ Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de grafiek van dit verschil vanaf 1994. Licht je werkwijze toe.

De grafiek van Nederland kan goed worden benaderd met de formule:

$$p_{\text{Nederland}} = \frac{81}{1 + 30 \cdot 0,49^t}$$

Hierin is $p_{\text{Nederland}}$ het deelnamepercentage van Nederland en t de tijd in jaren. Hierbij komt $t = 0$ overeen met 1 januari 1995.

- 4p **9** ☐ Gedurende het hele jaar 2000 had Nederland ongeveer 16 miljoen inwoners. Onderzoek met behulp van de formule of er in het jaar 2000 meer dan 2 miljoen abonnees zijn bijgekomen.

De markt voor mobiele telefoons is vrijwel verzadigd wanneer het deelnamepercentage de 80 passeert.

- 5p **10** ☐ Bereken met behulp van de formule in welke maand van welk jaar dat in Nederland het geval is.

De grafiek van Italië kan goed worden benaderd met de formule:

$$p_{\text{Italië}} = \frac{81}{1 + 10 \cdot 0,49^t}$$

Hierin is t weer de tijd in jaren. Met $t = 0$ komt 1 januari 1995 overeen.

Aan de hand van de formules van Nederland en Italië kunnen we berekenen wanneer het verschil tussen het deelnamepercentage van Italië en het deelnamepercentage van Nederland het grootst was.

- 4p **11** ☐ Hoe groot is volgens de formules het maximale verschil tussen de deelnamepercentages van Italië en Nederland? Licht je antwoord toe.

De firma Cine-tv vertoont speelfilms op de kabeltelevisie. Alleen mensen die een abonnement hebben, kunnen deze films zien. Hun televisietoestel is daarvoor voorzien van een decoder.

Het abonnement bij Cine-tv kost momenteel € 30,- per kwartaal. Bij Cine-tv overweegt men de abonnees meer films aan te bieden. Maar dan moet de abonnementsprijs wel worden verhoogd. Om na te gaan welke verhoging Cine-tv het best kan toepassen, is een enquête onder de abonnees gehouden. In tabel 1 zie je in procenten uitgedrukt hoeveel leden akkoord gaan met een verhoging en hoeveel leden hun abonnement zullen opzeggen.

tabel 1

verhoging kwartaalprijs met	€ 0,-	€ 2,50	€ 5,-	€ 7,50
percentage akkoord	100	94	87	79
percentage opzeggers	0	6	13	21

Een verhoging van de abonnementsprijs levert Cine-tv een andere opbrengst op. Bij Cine-tv wil men weten bij welke van de verhogingen die in de tabel worden genoemd, deze opbrengst het grootst is.

- 4p **12** ☐ Onderzoek bij welke verhoging van de abonnementsprijs dat het geval is.

Elke zaterdagavond zendt Cine-tv een zogenaamde *special* uit. Dat is een speelfilm die door een panel van 50 willekeurig gekozen abonnees is geselecteerd. Voor de selectie van de special krijgen de 50 panelleden zes films voorgelegd. Ieder lid van het panel geeft nu zijn voorkeur aan door 3 punten te verdelen over de zes films. Dat kan als volgt:

- een panellid kent aan drie verschillende films elk 1 punt toe, of
- een panellid kent aan één film 2 punten toe en aan één andere film nog 1 punt, of
- een panellid kent aan één film alle 3 punten toe.

De film met de meeste punten is de special die op de zaterdagavond wordt uitgezonden.

Bij een van de zaterdagavonden had het panel de keuze uit zes films waaronder de thriller 'Footsteps in the dark'. Bij de keuze bleek dat 41 panelleden aan deze film geen enkel punt hadden toegekend. Toch werd deze film uitgezonden.

- 5p **13** ☐ Laat met een getallenvoorbeeld zien dat dit inderdaad mogelijk is.

Voor de zes films waaruit de special wordt geselecteerd, heeft Cine-tv de beschikking over 50 thrillers, 40 avonturenfilms, 30 komedies en 30 science-fiction-films. Uit deze 150 films kiest Cine-tv willekeurig de zes films die aan het panel voorgelegd zullen worden.

- 4p **14** ☐ Bereken de kans dat van de zes films twee een thriller zijn.

Verkeersslachtoffers in Nederland

In het jaar 2000 zijn 1160 personen in het verkeer in Nederland om het leven gekomen. Ten opzichte van het jaar 2000 is het aantal verkeersdoden in het jaar 2001 gedaald met 6,47%.

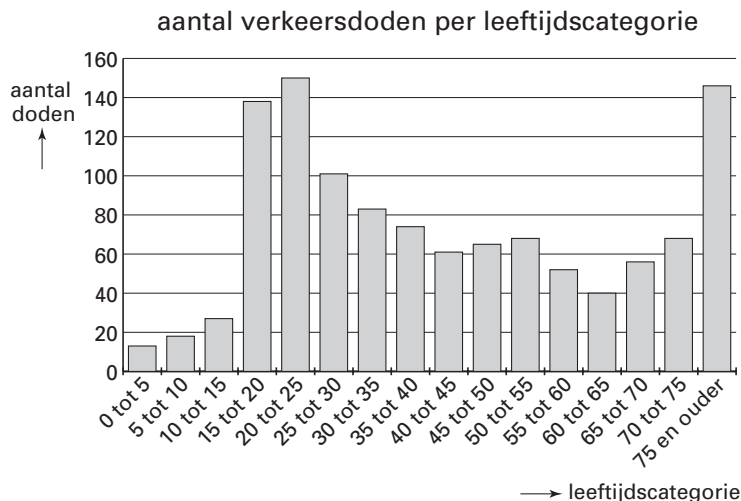
Bij de mannen daalde het aantal verkeersdoden met 31 tot 821.

Met deze gegevens kunnen we berekenen met welk percentage het aantal vrouwelijke verkeersdoden in 2001 is gedaald ten opzichte van 2000.

5p **15** ☐ Bereken dit percentage.

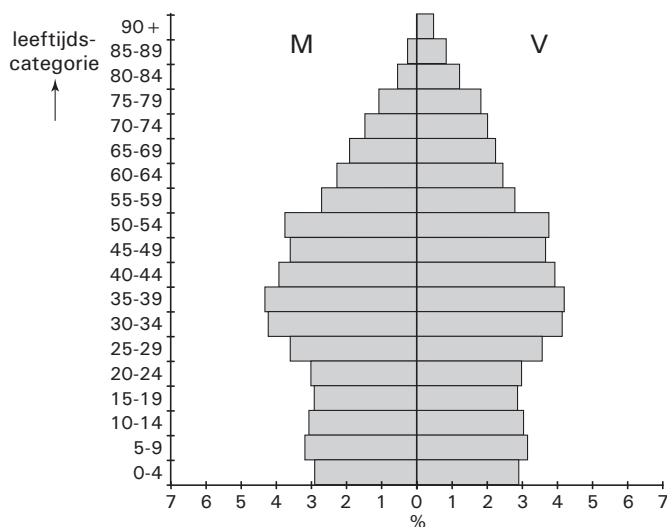
In figuur 2 staan de verkeersdoden van het jaar 2000 in een staafdiagram verdeeld naar leeftijdscategorie.

figuur 2



De bevolkingsopbouw van het jaar 2000 is weergegeven in figuur 3.

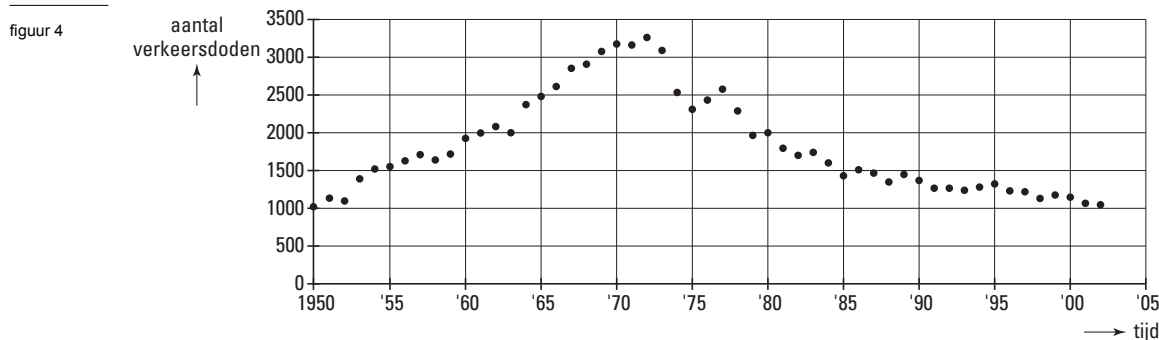
figuur 3



Om het totale percentage per leeftijdscategorie te bepalen moet je de percentages mannen en vrouwen optellen. Voor, bijvoorbeeld, de leeftijdscategorie 5 tot 10 jaar is af te lezen dat het totale percentage ongeveer 6,4% is.

6p **16** ☐ Onderzoek aan de hand van figuur 2 en figuur 3 of in het jaar 2000 een persoon uit de leeftijdscategorie 25 tot 30 jaar een grotere of kleinere kans had op een dodelijk verkeersongeval dan een persoon uit de leeftijdscategorie 70 tot 75 jaar.

In figuur 4 zie je een grafiek van het aantal verkeersdoden voor de jaren 1950 tot en met 2002.



In figuur 4 is te zien dat het aantal verkeersdoden het grootst was in 1972. Toen waren er 3264 verkeersdoden. Door een actief beleid inzake verkeersveiligheid is sinds die tijd het aantal verkeersdoden afgenomen tot 1066 in het jaar 2002. Weliswaar steeg het aantal verkeersdoden in sommige jaren, maar toch is er een duidelijke dalende trend waarneembaar in de periode 1972-2002. We kunnen deze trend beschrijven met een model waarbij het aantal verkeersdoden exponentieel afneemt van 3264 in 1972 tot 1066 in 2002. Volgens dit model zou het aantal verkeersdoden tussen 1972 en 2002 jaarlijks met een vast percentage dalen.

4p **17** ☐ Bereken dit percentage.

Het verloop van het aantal verkeersdoden, zoals je dat ziet in figuur 4, kan bij benadering worden beschreven met de volgende formule:

$$N = 0,8 + \frac{t + 2}{10 + (0,04t)^{6,8}}$$

In deze formule is N het aantal verkeersdoden per jaar in duizendtallen en t is de tijd in jaren vanaf 1950, dus $t = 0$ in 1950.

Deze formule is slechts een model dat hoort bij figuur 4. Daarom komt de grafiek die hoort bij de formule niet precies overeen met de grafiek uit figuur 4. Een belangrijk verschil is bijvoorbeeld dat volgens de formule de piek in het aantal verkeersdoden niet in 1972 plaatsvond, maar in een ander jaar.

3p **18** ☐ Onderzoek in welk jaar de piek plaatsvond volgens bovenstaande formule.

Uiteraard is ieder verkeersslachtoffer er een te veel. De overheid wil het aantal verkeersslachtoffers dan ook verminderen. Wanneer de overheid de reeds bestaande maatregelen voortzet, dan verwacht men dat het aantal verkeersdoden zich in de toekomst ontwikkelt volgens bovenstaande formule. Alleen als de overheid nog extra maatregelen neemt om de verkeersveiligheid te bevorderen, zal het aantal verkeersdoden in de toekomst lager kunnen worden dan volgens de formule. Doelstelling is om het aantal verkeersdoden minder dan 750 te laten zijn.

4p **19** ☐ Onderzoek, uitgaande van de gegeven formule, of er inderdaad extra maatregelen nodig zijn om deze doelstelling te halen.

Einde