

Correctievoorschrift VWO

2009

tijdvak 2

wiskunde A1

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examiner en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examiner en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examiner. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

- 1 De examiner vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examiner en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 83 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Zeemonsters

1 maximumscore 3

- $P(1895) = 185$ 1
- $P(1995) = 219$ 1
- Er zijn 34 soorten ontdekt 1

2 maximumscore 4

- Beschrijven hoe een tabel met daarin de waarden van $P(t)$ en $G(t)$ gemaakt kan worden 1
- Het antwoord: 1941, 1942, 1944 en 1945 3

Opmerking

Voor elk ontbrekend jaartal 1 punt in mindering brengen tot een maximum van 3 punten aftrek.

3 maximumscore 4

- $G(2009) = 215$ (dus volgens Groot zijn er 215 soorten bekend tot en met 2009) 1
- Beschrijven hoe de grenswaarde van $G(t)$ berekend kan worden 1
- De grenswaarde van $G(t)$ is 218 1
- Dus er zullen volgens het model van Groot nog 3 soorten ontdekt worden 1

4 maximumscore 4

- Het inzicht dat moet gelden $\sqrt{121,2 \cdot 1895 + b} = 187$ (of $\sqrt{121,2 \cdot 1995 + b} = 217$) 2
- Aangeven hoe dit met behulp van de GR kan worden opgelost 1
- De uitkomst: $b = -194\,705$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Conditietest

5	maximumscore 3	
	• Het tekenen van de cumulatieve percentages op het normaal waarschijnlijkheidspapier	2
	• De conclusie: de punten liggen (nagenoeg) op een rechte lijn (en daarom zijn de scores bij benadering normaal verdeeld)	1
6	maximumscore 4	
	• Het trekken van een rechte lijn tussen de gegeven scores op de uitwerkbijlage	1
	• Het aflezen van de score (ongeveer) 9,3 bij 50% in de tekening of de tabel, met toelichting	1
	• Een toelichting hoe de standaardafwijking bepaald kan worden	1
	• Het antwoord: (ongeveer) 2,0	1
7	maximumscore 4	
	• Beschrijven hoe de kans $P(X > 9,94)$ met $\mu = 7,4$ en $\sigma = 2,0$ met de GR kan worden berekend	1
	• $P(X > 9,94) \approx 0,102$ (of 0,10)	1
	• Dit geeft voor twee jongens een kans op hoge score van $0,102^2$	1
	• Het antwoord: (ongeveer) 0,01	1
8	maximumscore 4	
	• De gemiddelde score X is normaal verdeeld met $\mu = 8$ en $\sigma = \frac{2,0}{\sqrt{100}} = 0,2$	2
	• Beschrijven hoe $P(7,9 < X < 8,1 \mu = 8,0 \text{ en } \sigma = 0,2)$ berekend kan worden	1
	• Het antwoord: (ongeveer) 0,38	1
	<i>Opmerking</i>	
	<i>Als de \sqrt{n}-wet niet of niet correct is toegepast, ten hoogste 2 punten voor deze vraag toekennen.</i>	
9	maximumscore 4	
	• Er moet gelden: $P(X < 8,85 \mu = 7,3 \text{ en } \sigma = ?) = 0,77$	2
	• Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
	• Het antwoord: $\sigma \approx 2,1$	1

Melkvee

10 maximumscore 4

- Het aflezen van de gegevens 92 000 respectievelijk 25 000 bedrijven 1
- Het aflezen van de gegevens 24 respectievelijk 59 dieren per bedrijf 1
- Het aantal dieren in 1975 is $92\,000 \cdot 24 = 2,2$ miljoen, voor 2003 is dat 1,5 miljoen 1
- De conclusie: in 2003 zijn er minder dieren dan in 1975 1

Opmerkingen

- Bij het aflezen van 93 000 of 91 000 respectievelijk 24 000 of 26 000 bedrijven, of van 23 of 25 respectievelijk 58 of 60 dieren: geen punten aftrekken.
- Een redenering waarbij met beleid getallen globaler zijn afgelezen en gehanteerd in verantwoorde afschattingen is toegestaan.

11 maximumscore 3

- In periode 2000 – 2003 is de jaarlijkse toename (ongeveer) 2,7 1
- In periode 1985 – 2000 is de jaarlijkse toename (ongeveer) 1,1 1
- Het is niet in tegenspraak met de grafiek omdat in de periode 1985 – 2000 er 5 jaar tussen de weergegeven jaren zit (en in de periode 2000 – 2003 alle opeenvolgende jaren worden weergegeven) 1

Opmerkingen

- Voor de jaarlijkse toename in de periode 2000 – 2003 zijn waarden uit het interval $[2,0; 3,0]$ toegestaan.
- Voor de jaarlijkse toename in de periode 1985 – 2000 zijn waarden uit het interval $[1,0; 1,2]$ toegestaan.

12 maximumscore 4

- In model 1 is de toename $\frac{83-90}{3} \left(= \frac{-7}{3} \right)$ per jaar 1
- In model 1 is het percentage in de wei in 2015: $83 - \frac{7}{3} \cdot 10 \approx 60$ 1
- In model 2 is de groeifactor $\left(\frac{83}{90} \right)^{\frac{1}{3}}$ ($\approx 0,97$) per jaar 1
- In model 2 is het percentage in de wei in 2015: $83 \cdot \left(\frac{83}{90} \right)^{\frac{10}{3}} \approx 63$ of $83 \cdot 0,97^{10} \approx 61$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
13	maximumscore 2	
	• Bij model 1 daalt het percentage op den duur onder 0% (en daarom is dit model op de lange duur zeker niet realistisch)	1
	• Bij model 2 blijft het percentage op den duur tussen de 0% en 100% (en daarom kan dit model op de lange duur eventueel wel realistisch zijn)	1
14	maximumscore 3	
	• $0,10 \cdot 21,1 = 2,11$ liter extra melk per koe per dag	1
	• $70 \cdot 2,11 \cdot 0,30 = 44,31$ euro in totaal extra per dag	1
	• $365 \cdot 44,31 = 16\,173,15$ dus de extra opbrengst is 16 173 euro per jaar	1
	of	
	• De opbrengst zonder robot is $70 \cdot 21,1 \cdot 365 \cdot 0,3 = 161\,731,5$	1
	• De opbrengst met robot is $70 \cdot 21,1 \cdot 1,1 \cdot 365 \cdot 0,3 = 177\,904,65$	1
	• De extra opbrengst is $177\,904,65 - 161\,731,5 = 16\,173,15$ dus 16 173 euro per jaar	1

Een meisje of een jongen?

- 15 maximumscore 3**
- Volgens de tabel betreft het bij de 1e vrouw een meisje en bij de 2e vrouw een jongen 1
 - De kans op een jongen bij de 1e vrouw is 0,1 1
 - De kans op twee jongens is $0,1 \cdot 0,9 = 0,09$ 1

Opmerking

Als een kandidaat consequent met de kansen $P(J) = P(M) = 0,5$ rekent, ten hoogste 1 punt voor deze vraag toekennen.

- 16 maximumscore 4**
- Het inzicht dat de binomiale kans $P(X \geq 4)$ moet worden berekend met $n = 5$ en $p = 0,9$ 1
 - $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$ 1
 - Aangeven hoe deze kansen met behulp van de GR kan worden berekend 1
 - Het antwoord: (ongeveer) 0,92 1
- of
- De kans op 5 goede voorspellingen is $0,9^5 (\approx 0,590)$ 1
 - De kans op 4 goede voorspellingen is $5 \cdot 0,9^4 \cdot 0,1 (\approx 0,328)$ 1
 - De gevraagde kans is (ongeveer) $0,590 + 0,328$ 1
 - Het antwoord: (ongeveer) 0,92 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

17 maximumscore 5

- Voor een vrouw ouder dan 44 jaar is de kans op een jongen $\frac{1046}{2046} \approx 0,5112$ 1
- Voor een vrouw jonger dan 20 jaar is de kans op een jongen $\frac{1061}{2061} \approx 0,5148$ 1
- Het verschil (van 0,0036) is inderdaad klein 1
- De daling van de grafiek lijkt nu groot maar wanneer de grafiek met een verticale as van 0 tot (ongeveer) 1100 wordt weergegeven, is de daling zeer klein 2

18 maximumscore 5

- Bij de leeftijdsklasse 20-24 is het aantal jongens $\frac{1058}{2058} \cdot 2347092$ 1
 - Het aantal jongens bij de jongste groep moeders is $\frac{1061}{2061} \cdot 287530$ 1
 - Alle leeftijdsklassen opgeteld leveren $148020 + 1206620 + \dots \approx 5,7$ miljoen 1
 - De opmerking dat $\frac{5700000}{11093182} \approx 0,514$ 1
 - De verhouding $\frac{\text{jongens}}{\text{meisjes}} = \frac{1056}{1000}$ komt overeen met $\frac{\text{jongens}}{\text{totaal}} = \frac{1056}{2056} \approx 0,514$ 1
- of
- Bij de leeftijdsklasse 20-24 is het aantal jongens $\frac{1058}{2058} \cdot 2347092$ 1
 - Het aantal jongens bij de jongste groep moeders is $\frac{1061}{2061} \cdot 287530$ 1
 - Alle leeftijdsklassen opgeteld leveren $148020 + 1206620 + \dots \approx 5,7$ miljoen 1
 - Het aantal meisjes is $11,1 - 5,7 = 5,4$ miljoen 1
 - De verhouding $\frac{5,7}{5,4}$ komt (ongeveer) overeen met $\frac{1056}{1000}$ 1

Studieschuld

19 maximumscore 4

- $\frac{70631}{75281} \approx 0,938$, dus de afname is 6,2% (of ruim 6%): conclusie 1 is juist 1
- In 1991-1992 was het aandeel van de vrouwen $\frac{75281}{98272+75281} \approx 0,434$ 1
- In 1999-2000 was het aandeel van de vrouwen $\frac{70631}{80113+70631} \approx 0,469$ 1
- Het aandeel is toegenomen dus conclusie 2 is juist 1

20 maximumscore 4

- Een rente van 3,73% per jaar betekent een groeifactor van 1,0373 per jaar 1
- De groeifactor per maand is $1,0373^{\frac{1}{12}}$ 2
- Dat is (ongeveer) 1,003 en daar hoort een rente van 0,3% bij 1

21 maximumscore 4

- Het invoeren van de recurrente betrekking in de GR 1
- Beschrijven hoe de vraag met de GR kan worden opgelost 1
- Bij 1 januari 2006 hoort $n = 12$ 1
- Haar schuld is dan volgens de recurrente betrekking 2567,20 euro (en dat betekent dat ze na aflossing van 2500 euro nog steeds een schuld heeft) 1

of

- De evenwichtswaarde is $\frac{-45,41}{1-1,003} \approx 15\,136,67$ 1
- De directe formule is $15\,136,67 - 12\,125,67 \cdot 1,003^t$ 1
- Bij 1 januari 2006 hoort $t = 12$ 1
- Haar schuld is dan volgens de directe formule 2567,20 euro (en dat betekent dat ze na aflossing van 2500 euro nog steeds een schuld heeft) 1

Vraag	Antwoord	Scores
22	maximumscore 4	
	• De beginwaarde van deze meetkundige rij is 211,09	1
	• De reden van deze meetkundige rij is 1,003	1
	• De laatste term van deze meetkundige rij is $211,09 \cdot 1,003^{12}$ of voor de bijbehorende waarde van n geldt: $n = 13$	1
	• Het correct gebruiken van de somformule geeft 2794,11	1

Opmerking

Als 2794,11 euro is berekend zonder herkenbaar gebruik te maken van de somformule geen punten toekennen voor deze vraag.

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 26 juni naar Cito.