

Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 20 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van de vragen 7, 8, 17, 18, 19 en 20 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

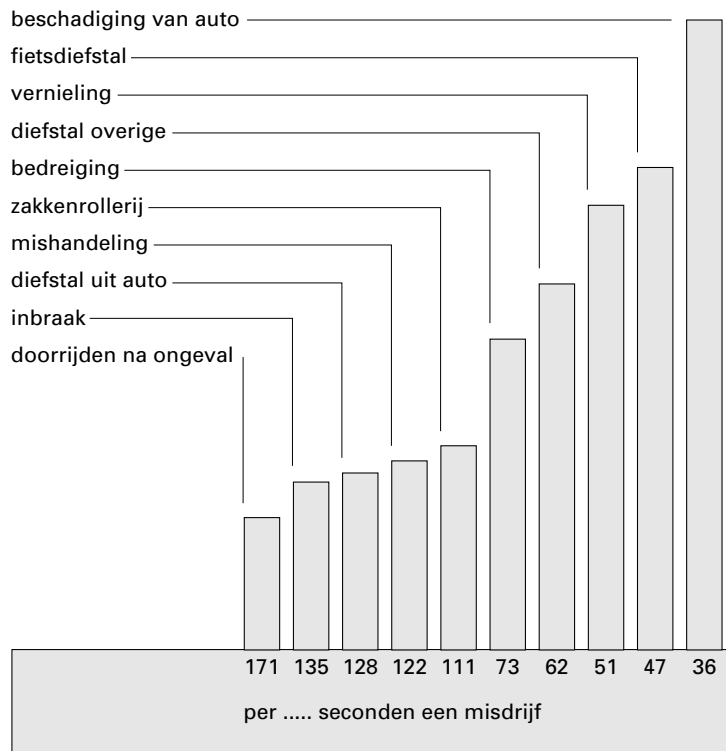
Opgave 1 Misdrijven

Elk jaar worden in Nederland veel misdrijven gemeld. Deze variëren van het stelen van een chocoladereep tot het plegen van een moord.

Misdrijven worden gemeld bij het Openbaar Ministerie (OM). Het OM beslist dan over de (eventuele) vervolging van de daders.

In figuur 1 vind je informatie over misdrijven die in 1996 werden gemeld.

figuur 1



De getallen langs de horizontale as geven voor elke categorie aan hoeveel seconden er gemiddeld tussen twee opeenvolgende meldingen zitten.

Je kunt bijvoorbeeld aflezen dat in 1996 in Nederland (gemiddeld) elke 135 seconden een inbraak werd gemeld.

Let op: 1996 was een schrikkeljaar en had dus 366 dagen.

In figuur 1 komt ook de categorie 'fietsdiefstal' voor.

- 4p **1** Toon aan dat er in 1996 ongeveer 670 000 keer een fietsdiefstal werd gemeld.

Als je de staafjes en de getallen in figuur 1 bekijkt, dan zie je:

- van links naar rechts zijn de getallen steeds kleiner;
- van links naar rechts zijn de staafjes steeds langer.

- 3p **2** Leg uit hoe uit de getallen kan worden afgeleid dat een langere staaf bij een groter aantal misdrijven hoort.

In drie van de 10 categorieën misdrijven komt het woord diefstal voor, namelijk: 'fietsdiefstal', 'diefstal overige' en 'diefstal uit auto'.

Je kunt deze drie categorieën samenvoegen tot één (nieuwe) categorie 'diefstal'.

Je moet dan de drie bijbehorende staafjes vervangen door één (nieuwe) staaf. Onder deze nieuwe staaf 'diefstal' moet dan ook weer een getal staan.

- 4p **3** Bereken welk getal onder deze nieuwe staaf 'diefstal' moet staan.

Bij veel gemelde misdrijven is er geen verdachte aangewezen. Is er geen verdachte, dan komt er ook geen strafzaak.

In 1996 werden er door het OM 242 100 strafzaken afgehandeld. In figuur 2 vind je informatie over de manier waarop die afhandeling plaatsvond.

figuur 2

Afhandeling strafzaken in 1996

Strafzaken 242 100			
Vonnissen in de rechtszaal 132 500		Afhandeling door het OM zelf 109 600	
Schuldig 123 200	Niet Schuldig 9 300	Transactie door geldboete 62 200 (Hierbij legt het OM zelf een geldboete op.)	Sepot 47 400 (Hierbij is er geen rechtszaak en ook geen geldboete.)
Geldboete:	39%		
Celstraf:	35%		
Taakstraf:	15%		
Ontzegging rijbevoegdheid:	11%		

- 4p **4** Bereken hoeveel procent van alle 242 100 strafzaken tot een geldboete leidde.

Het aantal strafzaken dat het OM met een transactie afhandelt, groeit elk jaar fors. In 1990 werden 50 000 strafzaken met een transactie afgehandeld. In 1996 waren dat er al 62 200.

Neem aan dat het aantal strafzaken dat met een transactie werd afgehandeld elk jaar met hetzelfde percentage groeide.

- 5p **5** Bereken dit percentage.

Opgave 2 Sporttesten

Bij veel sporten speelt explosieve kracht een belangrijke rol. Denk bijvoorbeeld aan basketbal en tennis.

Bij geschiktheidstesten voor dit soort sporten moet de persoon die getest wordt (op commando) vanuit stilstand zo hoog mogelijk springen. Met zo'n verticale sprong meet men de *spronghoogte*.

Een meisje wil graag uitverkozen worden voor de basketbalselectie. Zij moet daarvoor in elk geval een spronghoogte van 60 cm kunnen bereiken. Zij heeft veel geoefend. Soms haalde zij die 60 cm wel, maar meestal niet.

Haar spronghoogte is (bij benadering) normaal verdeeld met een gemiddelde van 56 cm en een standaardafwijking van 6 cm.

5p **6** □ Bereken in hoeveel procent van haar sprongen de spronghoogte 60 cm of meer is.

Met de tabellen hieronder kun je – in twee stappen – bepalen hoeveel *punten* een bepaalde spronghoogte oplevert voor de geschiktheidstest van een kandidaat:

- In tabel 1 kun je de *score* aflezen die spronghoogte h (in cm) oplevert bij een lichaamsgewicht van g (in kg).
- In tabel 2 zijn de scores (afzonderlijk voor mannen en vrouwen) omgerekend in *punten*.

tabel 1

Scores

		gewicht g												
		30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
sprong- hoogte h	20	53	60	67	73	80	87	93	100	107	113	120	127	133
	25	67	75	83	92	100	108	117	125	133	142	150	158	167
	30	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
	35	93	105	117	128	140	152	163	175	187	198	210	222	233
	40	107	120	133	147	160	173	187	200	213	227	240	253	267
	45	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
	50	133	150	167	183	200	217	233	250	267	283	300	317	333
	55	147	165	183	202	220	238	257	275	293	312	330	348	367
	60	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400
	65	173	195	217	238	260	282	303	325	347	368	390	412	433
	70	187	210	233	257	280	303	327	350	373	397	420	443	467
	75	200	225	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475	500
	80	213	240	267	293	320	347	373	400	427	453	480	507	533
	85	227	255	283	312	340	368	397	425	453	482	510	538	567
	90	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600
	95	253	285	317	348	380	412	443	475	507	538	570	602	633
100	267	300	333	367	400	433	467	500	533	567	600	633	667	

tabel 2

Punten

Scores		Punten
Mannen	Vrouwen	
360 en hoger	220 en hoger	15
342 en hoger	207 en hoger	13,5
324 en hoger	193 en hoger	12
307 en hoger	180 en hoger	10,5
289 en hoger	167 en hoger	9
271 en hoger	153 en hoger	7,5
253 en hoger	140 en hoger	6
236 en hoger	127 en hoger	4,5
218 en hoger	113 en hoger	3
200 en hoger	100 en hoger	1,5

Tabel 1 staat ook op de bijlage.

3p **7** □ Geef in de tabel op de bijlage aan bij welke combinaties van spronghoogte en gewicht het maximale aantal van 15 punten door mannen behaald wordt. Licht je antwoord toe.

Als je tabel 1 bekijkt, zie je dat de scores per rij en ook per kolom regelmatig oplopen (op afrondingen na). Om dit duidelijker te zien, is een deel van de tabel eruit gehaald. Zie tabel 3.

tabel 3

		gewicht g			
		30	40	50	60
sprong- hoogte h	30	80	100	120	140
	60	160	200	240	280
	90	240	300	360	420

Ook tabel 3 is op de bijlage afgedrukt. Bovendien zijn er nog een rij voor spronghoogte 120 en een kolom voor gewicht 100 toegevoegd.

- 5p **8** Vul in de tabel op de bijlage de acht ontbrekende scores in. Gebruik hierbij de regelmaat in de tabel.

We gaan formules bij tabel 3 maken.

Bij de rij met $h = 30$ past een formule als:

$$score = 2(g - 30) + 80 \quad \text{of} \quad score = 2g + 20.$$

Bij de rij met $h = 60$ past een formule als:

$$score = 4(g - 30) + 160 \quad \text{of} \quad score = 4g + 40.$$

- 4p **9** Stel een formule op die past bij de rij met $h = 90$ en toon aan dat die formule juist is.

Tabel 1 geeft slechts scores voor lichaamsgewichten tot en met 90 kg.

Je kunt tabel 1 uitbreiden voor grotere lichaamsgewichten.

Een forse basketballer heeft een spronghoogte van 45 cm. Volgens een uitgebreide tabel 1 en tabel 2 krijgt hij daarvoor 15 punten.

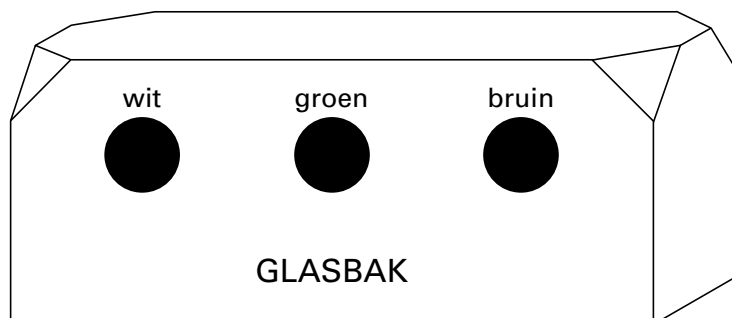
- 4p **10** Hoeveel kg weegt deze basketballer minstens? Licht je antwoord toe.

Opgave 3 De kleurenblinde en de glasbak

Ongeveer een half miljoen Nederlanders is kleurenblind. Een kleurenblinde ziet (bijna) geen verschil tussen (bepaalde) kleuren.

Gekleurde flessen zijn groen of bruin. Sommige kleurenblinden zien geen verschil tussen groen en bruin. Zij staan met hun lege flessen voor de glasbak en weten niet of ze een gekleurde fles in het gat voor groen glas of in het gat voor bruin glas moeten gooien.

tekening



Peter is kleurenblind. Hij kan de groene en de bruine flessen niet van elkaar onderscheiden. Als Peter met zijn lege flessen bij de glasbak komt, gooit hij de witte flessen altijd in het juiste gat. Bij een gekleurde fles kiest hij aselekt tussen het gat voor groen en het gat voor bruin. De kans dat een groene of bruine fles in het goede gat terechtkomt is dus 0,5.

Het kan gebeuren dat Peter alle gekleurde flessen toevallig in het goede gat gooit. Hij denkt: „Hoe meer gekleurde flessen ik heb, hoe kleiner de kans dat ik alle gekleurde flessen in het goede gat gooi.”

3p **11** Laat met een getallenvoorbeeld zien dat deze gedachte juist is.

Peter brengt 100 lege flessen naar de glasbak. De helft van zijn flessen is van wit glas. Bij de andere helft zijn zowel groene als bruine flessen.

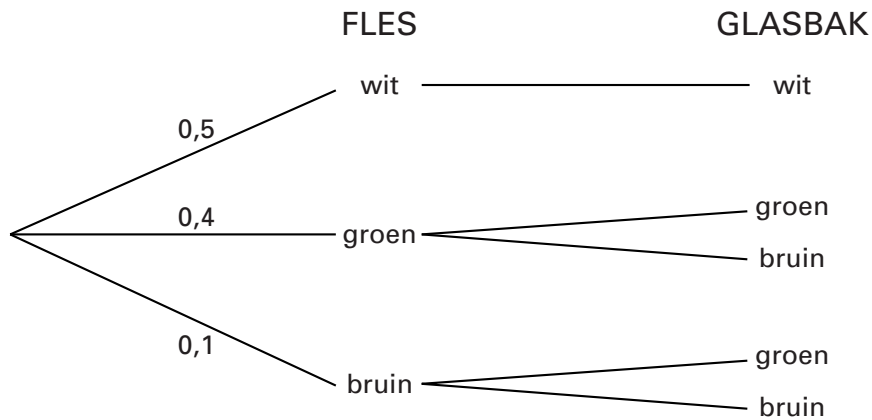
3p **12** Laat zien dat naar verwachting 75 van de 100 flessen in het goede gat terechtkomen.

Uit vraag 12 volgt: de kans dat een fles in het goede gat terecht komt is 75% als Peter de witte flessen altijd goed gooit en bij elke gekleurde fles aselekt kiest tussen het gat voor groen en het gat voor bruin.

Uit onderzoek is gebleken dat van de flessen in de glasbak 50% wit, 40% groen en 10% bruin is. Neem aan dat dit ook voor de flessen van Peter geldt.

Je kunt het gooien van de flessen in de glasbak weergeven met een boomdiagram. Zie figuur 3.

figuur 3



Peter kan de kans dat hij een fles in het goede gat gooit, hoger krijgen dan 75%. Hij gooit de witte flessen allemaal in het goede gat. Hij concludeert uit het onderzoek dat van de gekleurde flessen $\frac{4}{5}$ deel groen en $\frac{1}{5}$ deel bruin is. In die verhouding gaat hij de gekleurde flessen in de gaten gooien. Elke gekleurde fles heeft dan kans $\frac{4}{5}$ om in het gat voor groen terecht te komen en kans $\frac{1}{5}$ om in het gat voor bruin terecht te komen.

7p **13** Bereken voor deze werkwijze de kans dat een willekeurige fles in het goede gat terecht komt.

Er bestaan nog betere werkwijzen voor Peter. In zo'n werkwijze is de kans dus nog groter dat een fles in het goede gat terecht komt.

5p **14** Geef een voorbeeld van zo'n werkwijze en toon aan dat deze beter is.

Opgave 4 De klokjesgentiaan

De klokjesgentiaan (zie foto) kwam vroeger veel voor op vochtige heidegebieden. Het is een meerjarig, zaaddragend plantje. Uit het zaad ontstaan in het voorjaar kiemplantjes.

foto



Tijdens de ontwikkeling van het plantje onderscheiden we drie fasen:

- kiemplantje (fase K),
- niet-bloeiend plantje (fase N) en
- bloeiend plantje (fase B).

We laten het zaad (en de zaadverspreiding) buiten beschouwing; er ontstaan dus geen nieuwe kiemplantjes.

In een proefveld is onderzoek gedaan naar de ontwikkeling van deze plantjes. De volgende matrix geeft een redelijk goede beschrijving van de jaarlijkse ontwikkeling.

matrix

$$\begin{array}{l} \text{naar} \\ \text{K} \\ \text{N} \\ \text{B} \end{array} \begin{array}{l} \text{van} \\ \text{K} \\ \text{N} \\ \text{B} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0,06 & 0 & 0 \\ 0,48 & 0,5 & 0,91 \end{pmatrix}$$

Zo lees je bijvoorbeeld af dat 48% van de kiemplantjes een jaar later bloeiende plantjes zijn geworden.

In het voorjaar van 1996 zijn 1000 kiemplantjes in het proefveld uitgezet.

- 4p **15** Leg uit dat er volgens het matrixmodel na enkele jaren alleen nog maar bloeiende plantjes zijn.
- 8p **16** Bereken met dit matrixmodel in welk jaar het aantal bloeiende plantjes voor het eerst kleiner is dan 175.

In 2002 worden op een proefveld 71 kiemplantjes uitgezet. Met behulp van de matrix kan worden berekend dat er een jaar later 4 plantjes in fase N en 34 plantjes in fase B zijn. De overige 33 plantjes zijn doodgegaan. Deze getallen zijn al ingevuld in het schema op de bijlage.

Uitgaande van die aantallen 4 en 34 kan met behulp van de matrix de situatie in 2004 en verder worden berekend. Bij die berekeningen worden de aantallen elk jaar op gehelen afgerond en wordt met die afgeronde getallen verder gerekend.

- 5p **17** □ Vul het schema op de bijlage in; maak daarbij gebruik van gegevens uit de matrix. Licht je werkwijze toe.

Opgave 5 De Rede van Veere

In de zeventiende eeuw was de *fluit* een veel voorkomend scheepstype. In het stadhuis van Veere hangt het schilderij 'De Rede van Veere' uit 1651 waarop maar liefst 14 fluiten staan.

Naast het schilderij hangt een lijst met onder andere de lengte en het laadvermogen van elk van deze fluiten.

schilderij



bron: *Museum De Vierschaar te Veere*

Er waren twee soorten fluiten: de Amsterdamse fluit en de Rotterdamse fluit. Van beide soorten is bekend dat de afmetingen niet altijd hetzelfde waren.

Bij de Amsterdamse fluiten was er een vaste verhouding tussen lengte, breedte en hoogte. Je kunt dus zeggen dat alle Amsterdamse fluiten een vergroting of verkleining van elkaar waren.

Ook bij de Rotterdamse fluiten was er een vaste verhouding tussen lengte, breedte en hoogte. Maar die verhouding was anders dan bij de Amsterdamse fluiten.

Een grotere fluit kan meer lading vervoeren. Zo zijn bij een twee keer zo lange fluit ook breedte en hoogte twee keer zo groot. Dus is de inhoud dan acht keer zo groot. Het laadvermogen is evenredig met de inhoud van de fluit. Dus is het laadvermogen evenredig met de derde macht van de lengte.

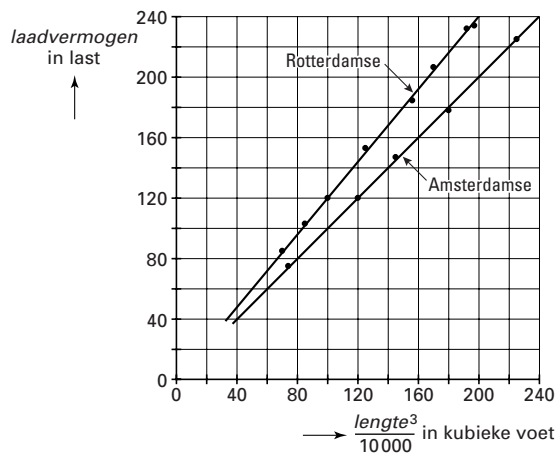
In figuur 4 is het laadvermogen uitgezet tegen de derde macht van de lengte; om grote getallen te vermijden is (langs de horizontale as) $lengte^3$ gedeeld door 10 000.

Figuur 4 staat vergroot op de bijlage.

Elke stip stelt een fluit voor.

De lengte is in voeten (1 voet \approx 30 cm) en het laadvermogen is in lasten (1 last \approx 2000 kg).

figuur 4



In de figuur op de bijlage ontbreekt een fluit van het schilderij. Deze had een lengte van 109 voet en een laadvermogen van 130 last.

4p **18** Was dit een Amsterdamse of een Rotterdamse fluit? Licht je antwoord toe.

Met behulp van de figuur op de bijlage zijn formules af te leiden waarmee het laadvermogen van Amsterdamse en Rotterdamse fluiten berekend kan worden:

$$\text{laadvermogen} = c \cdot \frac{\text{lengte}^3}{10\,000}$$

Voor Amsterdamse fluiten geldt: $c = 1$.

4p **19** Bereken c in de formule voor het laadvermogen van Rotterdamse fluiten.

Twee fluiten op het schilderij hadden dezelfde naam: *De Hoop*. De ene had een laadvermogen van 120 last en was 100 voet lang. De andere had ook een laadvermogen van 120 last, maar had een grotere lengte.

6p **20** Bereken het lengteverschil van deze twee fluiten. Geef je antwoord in hele voeten.

Einde