

**Voor dit examen zijn maximaal 87 punten te behalen; het examen bestaat uit 22 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van vraag 17 is een bijlage toegevoegd.**

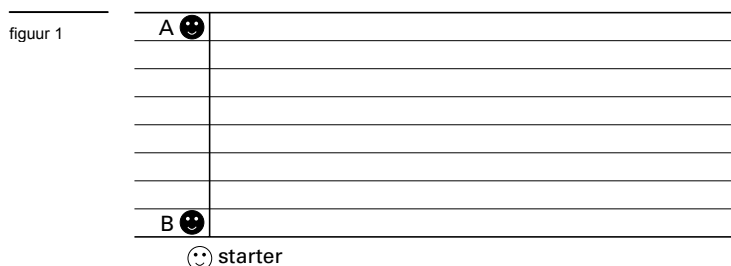
Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Valse start

In 1996 waren de Olympische Spelen in Atlanta. Bij de finale van de 100 meter sprint voor mannen werd de Britse atleet Linford Christie gediskwalificeerd omdat hij tweemaal een valse start veroorzaakte.

Vroeger stond de starter met het startpistool aan de zijkant van de baan. Zie figuur 1.



Atleet A, die in de baan stond die het verst van de starter verwijderd was, hoorde het startsignaal een fractie van een seconde later dan atleet B, die het dichtst bij de starter stond. Dat kwam doordat geluid enige tijd nodig heeft om een bepaalde afstand te overbruggen. De snelheid van het geluid is 342 meter per seconde.

Ga ervan uit dat elke baan 1,5 meter breed is en dat iedere atleet in het midden van zijn baan staat.

- 4p 1 Bereken hoeveel later atleet A het startschot hoorde dan atleet B.

Tegenwoordig staat achter elk startblok een luidspreker zodat iedere atleet het startsignaal op precies hetzelfde moment hoort.

Vlak voor de start zegt de starter: "Klaar?" De atleten staan dan 'op scherp'. Ze weten dat binnen enkele seconden het startschot zal klinken. Soms denkt een atleet te weten wanneer het startsein precies gegeven gaat worden. Dan wacht hij in feite niet het startschot af, maar start hij op zijn gevoel.

Als hij start voordat het startschot geklonken heeft, is de start natuurlijk vals. Het kan echter ook voorkomen dat hij op zijn gevoel start direct nadat het startschot geklonken heeft. Dit is moeilijker te ontdekken.

Druksensoren in de startblokken meten hoeveel tijd er zit tussen het startsignaal en de eerste reactie van iedere atleet. Als de atleet reageert binnen 100 milliseconden (dus 0,1 seconde) na het startsignaal, dan beschouwt men dit als een valse start.

Sommige atleten reageren sneller dan anderen. Onderzoek heeft aangetoond dat de reactie van een geconcentreerde topatleet gemiddeld 160 milliseconden na het startschot plaatsvindt. Deze reactietijd blijkt normaal verdeeld te zijn met een standaardafwijking van 24 milliseconden.

- 5p 2 Bereken hoeveel procent van de startpogingen waarbij de atleet echt ná het startschot reageert, toch als valse start beschouwd wordt.

Linford Christie vindt de grens van 100 milliseconden te hoog. Dat is begrijpelijk want hij start altijd heel snel: in de finale in Atlanta was zijn eerste start na 96 milliseconden. Zijn tweede start, in diezelfde wedstrijd, was zelfs al na 86 milliseconden. Deze twee starts veroorzaakten dus zijn diskwalificatie.

Christie pleit ervoor de grens zodanig te verlagen dat slechts 1 op de 500 'eerlijke' starts als vals aangemerkt zal worden.

Stel dat de grenswaarde inderdaad zo wordt vastgesteld.

- 5p 3 Zouden de reactietijden van Christie bij deze nieuwe grenswaarde ook tot zijn diskwalificatie geleid hebben? Licht je antwoord toe.

Kamperen

Van oudsher wordt er in Groot-Brittannië veel gekampeerd. Alle Britse campings worden jaarlijks op hun kwaliteit beoordeeld. De campings worden ingedeeld in vijf categorieën: van één ster (☆) oplopend tot vijf sterren (☆☆☆☆☆). Hoe meer sterren, hoe beter de kwaliteit.

Het Zuid-Engelse plaatsje Newquay telde in 1993 acht campings. Hiervan waren er zes in het bezit van vijf sterren en de andere twee hadden vier sterren. De onderzoeker van het Britse toeristenbureau die in 1993 de verschillende campings bezocht, was niet op de hoogte van deze beoordelingen. Dit om beïnvloeding uit te sluiten. Hij bezocht de campings in Newquay in volstrekt willekeurige volgorde.

- 4p **4** Hoe groot is de kans dat hij eerst de twee 4-sterrencampings bezocht? Licht je antwoord toe.

Uit onderzoek is gebleken dat er in Groot-Brittannië vrijwel geen campings zijn opgeheven of bijgekomen. Wel zijn er nogal wat campings die van jaar tot jaar een groter of kleiner aantal sterren hebben gekregen. Opvallend daarbij is dat al verschillende jaren achter elkaar dezelfde overgangsmatrix gebruikt kan worden om de jaarlijkse veranderingen te beschrijven. Deze overgangsmatrix M ziet er als volgt uit:

matrix M

$$M = \begin{array}{c} \text{naar} \\ \text{van} \end{array} \begin{array}{c} \text{☆} \\ \text{☆☆} \\ \text{☆☆☆} \\ \text{☆☆☆☆} \\ \text{☆☆☆☆☆} \end{array} \begin{pmatrix} 0,91 & 0,52 & 0 & 0 & 0 \\ 0,08 & 0,43 & 0,26 & 0 & 0 \\ 0,01 & 0,04 & 0,61 & 0,62 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0,13 & 0,34 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0,04 & 0,91 \end{pmatrix}$$

In de matrix zie je bijvoorbeeld dat 52% van de campings met twee sterren een jaar later nog maar één ster heeft.

Stel dat er van elke categorie evenveel campings zijn.

- 4p **5** Hoeveel procent van de campings is het volgende jaar in kwaliteit gestegen? Licht je antwoord toe.

Ga voor het gemak even uit van 1000 campings van elke categorie in 1997.

- 5p **6** Bereken hoeveel campings er in 1998 in elk van de vijf categorieën zijn.

Matrix M beschrijft de overgangen per jaar van de vijf verschillende categorieën.

Het is ook mogelijk een matrix op te stellen die deze overgangen per twee jaar beschrijft.

Deze 5×5 -matrix noemen we N .

- 3p **7** Bereken het getal dat in matrix N op de tweede rij, derde kolom staat.

Onderdelen

Elke machine is opgebouwd uit onderdelen. Als een van de onderdelen kapotgaat, kan het gebeuren dat de machine niet meer werkt zoals het hoort. Daarom is het goed onderdelen regelmatig te controleren.

In deze opgave bekijken we machines waarvan de onderdelen elk uur op temperatuur gecontroleerd worden. Wanneer een onderdeel te heet is, staat dit onderdeel op het punt om kapot te gaan. Het wordt dan door een nieuw onderdeel vervangen. De tijd dat een onderdeel gewerkt heeft tot het moet worden vervangen, noemen we de *levensduur* van dat onderdeel.

We nemen aan dat er in de tijd tussen twee controles geen onderdelen kapotgaan. En verder dat het kapotgaan van het ene onderdeel geen invloed heeft op het kapotgaan van het andere onderdeel.

We bekijken de onderdelen A en B. Uit ervaring weten we dat de levensduur van A in 20% van de gevallen 12 uur is. We zeggen dan dat de kans dat de levensduur van onderdeel A 12 uur is, gelijk is aan 0,2.

De volledige kansverdeling voor de levensduur van onderdeel A en die voor de levensduur van onderdeel B staan in tabel 1.

tabel 1

levensduur	12 uur	13 uur	14 uur	15 uur
kans onderdeel A	0,2	0,3	0,3	0,2
kans onderdeel B	0,3	0,5	0,2	0,0

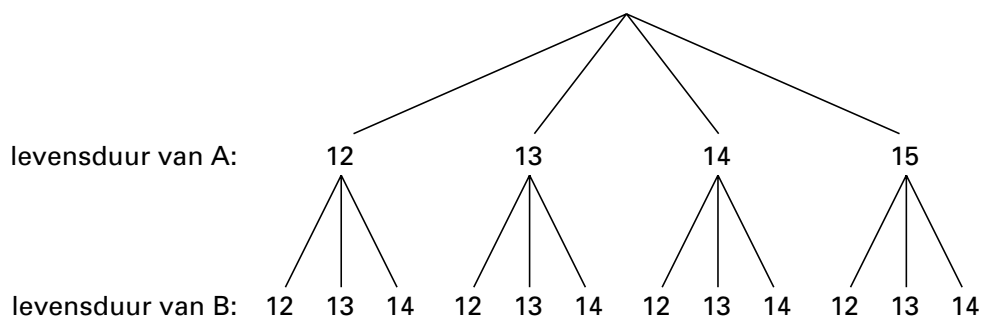
4p **8** Wat is de verwachte levensduur van onderdeel A? Licht je antwoord toe.

We bekijken nu een machine die opgebouwd is uit de onderdelen A en B. Als een van de onderdelen A of B vervangen moet worden, dan worden om bedrijfseconomische redenen meteen beide onderdelen vervangen. We noemen dit een *vervangbeurt*.

3p **9** Leg uit waarom de tijd tussen twee vervangbeurten maximaal 14 uur is.

Van bovenstaande situatie is een boomdiagram gemaakt. Zie figuur 2.

figuur 2



Tussen twee vervangbeurten van de onderdelen is de machine onafgebroken in bedrijf. We noemen de tussenliggende tijd de *bedrijfstijd* van de machine. Als een van de onderdelen na bijvoorbeeld 14 uur moet worden vervangen, dan worden dus beide onderdelen vervangen en is de bedrijfstijd 14 uur.

6p **10** Bereken de kans op een bedrijfstijd van 13 uur.

We bekijken nu een machine die opgebouwd is uit drie onderdelen A, B en C.

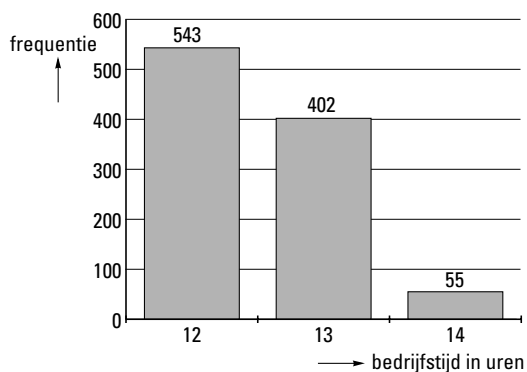
In tabel 2 vind je de kansverdeling van de levensduur van elk van de drie onderdelen. Ook hier geldt weer dat men alle onderdelen vervangt zodra er één onderdeel vervangen moet worden.

tabel 2

levensduur	12 uur	13 uur	14 uur	15 uur
kans onderdeel A	0,2	0,3	0,3	0,2
kans onderdeel B	0,3	0,5	0,2	0,0
kans onderdeel C	0,2	0,3	0,3	0,2

Om bij een machine als deze te kunnen berekenen hoe groot de verwachte bedrijfstijd is, heeft men met behulp van een computersimulatie 1000 keer vastgesteld hoe groot de bedrijfstijd was. Het resultaat daarvan vind je in figuur 3.

figuur 3



- 5p **11** Klopt de frequentie die hoort bij een bedrijfstijd van 14 uur in figuur 3 met de gegevens van tabel 2? Licht je antwoord met een berekening toe.
- 3p **12** Bereken met behulp van de gegevens uit figuur 3 de gemiddelde bedrijfstijd in deze computersimulatie.

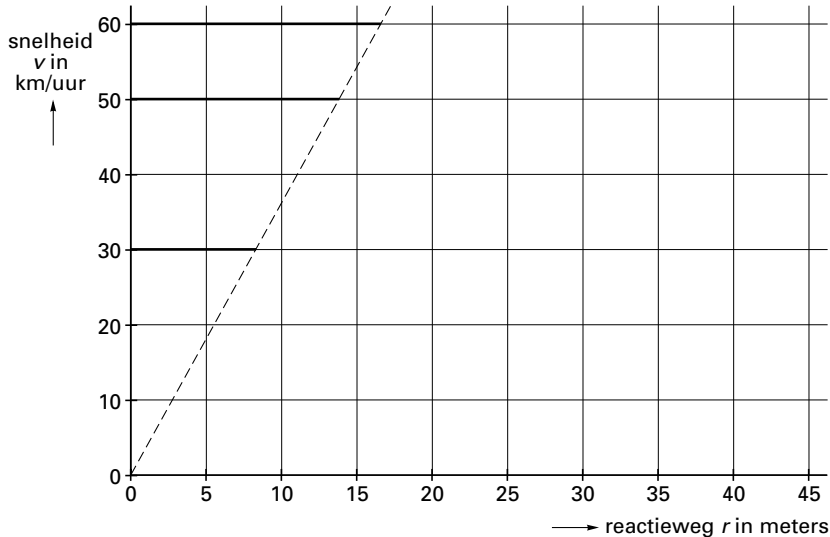
Houd afstand!

Een auto, die met een behoorlijke snelheid rijdt, heeft heel wat meters nodig om tot stilstand te komen. Een chauffeur die onverwachts moet remmen, moet eerst beseffen wat er gebeurt. Dan is er al een seconde verstreken. Vervolgens remt hij en zal de snelheid van de auto dalen.

In die eerste seconde wordt bij een snelheid van 50 km per uur al ongeveer 14 meter afgelegd. Deze afstand wordt de *reactieweg* genoemd.

In figuur 4 zie je voor verschillende snelheden (v in km per uur) de bijbehorende reactieweg (r in meters) aangegeven. Hierin zie je bijvoorbeeld de reactieweg van 14 meter bij een snelheid van 50 km per uur.

figuur 4



Neem aan dat de tijd voordat een chauffeur daadwerkelijk remt steeds precies één seconde is.

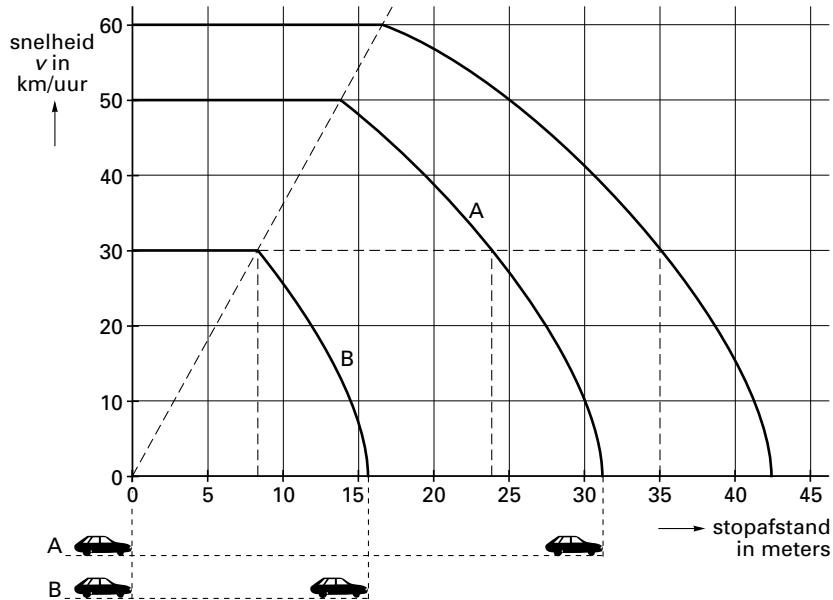
- 3p **13** Laat met een berekening zien dat de reactieweg bij een snelheid van 50 km per uur inderdaad ongeveer 14 meter is.
- 4p **14** Geef een formule die het verband aangeeft tussen snelheid v (in km per uur) en de reactieweg r (in meters).

Figuur 4 wordt uitgebreid tot figuur 5 door het verloop van het remmen aan te geven. De afstand die al remmend wordt afgelegd tot de auto stilstaat, wordt de *remweg* genoemd. Bij een snelheid van 50 km per uur bedraagt de remweg ongeveer 18 meter.

De totale afstand, dus de reactieweg plus de remweg, heet de *stopafstand*.

Zo kun je uit figuur 5 aflezen dat de stopafstand van een auto met een snelheid van 50 km per uur ongeveer 32 meter is.

figuur 5



Figuur 5 stond in een uitgave van Veilig Verkeer Nederland. Naast de figuur stond de volgende tekst:

tekst Kijkend naar het moment waarop auto A (deze reed met een beginsnelheid van 50 km per uur) nog 30 km per uur rijdt, valt op dat de afgelegde afstand op dat moment bijna twee keer zo lang is als de totale stopafstand van auto B (deze had een beginsnelheid van 30 km per uur).

4p **15** Onderzoek met getallen die je uit figuur 5 kunt aflezen of deze tekst klopt.

In figuur 5 is een horizontale stippellijn getekend bij de snelheid 30 km/uur.

3p **16** Leg uit waarom van de drie getekende grafieken de delen onder die stippellijn gelijk zijn.

Een gedeelte van figuur 5 staat ook op de bijlage. In de figuur op de bijlage kun je het verloop van de snelheid bij een beginsnelheid van 40 km per uur tekenen.

4p **17** Teken dit verloop zo nauwkeurig mogelijk en lees de stopafstand af die hoort bij deze beginsnelheid.

Zonkracht

Dat te veel zonlicht schadelijk is voor de mens, is al jaren bekend. De ultraviolette straling (UV) in het zonlicht kan huidkanker veroorzaken. Daarom is het KNMI in 1997 begonnen met het voorspellen van de *zonkracht* in de weerberichten. De zonkracht is een maat voor de hoeveelheid UV in het zonlicht. Mensen kunnen dan voor hun eigen huidtype uitrekenen hoe lang ze maximaal kunnen zonnen.

De gevoeligheid voor UV hangt af van iemands huidtype. Globaal wordt de huid in de volgende types onderverdeeld:

huidtype 1: verbrandt zeer snel (bleke huid met sproeten)

huidtype 2: verbrandt redelijk snel (lichte huid)

huidtype 3: verbrandt soms (zonder zon al lichtbruine huid)

huidtype 4: verbrandt nooit (zonder zon al bruine huid)

Voor mensen die twijfelen over hun huidtype bestaat er een vragenlijst met tien vragen. Elke vraag wordt gewaardeerd met een score van 0, 1, 2, 3 of 4 punten. Met behulp van de som van de tien scores kan het huidtype nauwkeurig bepaald worden. Iemand met een totaalscore van 3 punten kan bijvoorbeeld de volgende rij scores hebben behaald:

vr 1	vr 2	vr 3	vr 4	vr 5	vr 6	vr 7	vr 8	vr 9	vr 10
0	0	0	0	1	2	0	0	0	0

5p **18** Hoeveel verschillende rijen geven een totaalscore van 3 punten? Licht je antwoord toe.

De zonkracht die het KNMI voorspelt, slaat op de hoeveelheid UV tussen twaalf en drie uur 's middags. Dan staat de zon het hoogst.

Als je op een dag tijdens die uren onbeschermd wil zonnen, kun je met behulp van tabel 3 berekenen hoeveel minuten je dat maximaal mag doen.

tabel 3

Huidtype 1 Maximale tijd in de zon = $\frac{60 \text{ minuten}}{\text{zonkracht}}$	Huidtype 2 Maximale tijd in de zon = $\frac{100 \text{ minuten}}{\text{zonkracht}}$
Huidtype 3 Maximale tijd in de zon = $\frac{200 \text{ minuten}}{\text{zonkracht}}$	Huidtype 4 Maximale tijd in de zon = $\frac{300 \text{ minuten}}{\text{zonkracht}}$

Wil je die dag langer in de zon, dan kun je dat doen door

- voor twaalfen of na drieën te zonnen. Je mag dan de maximale tijd met twee vermenigvuldigen;
en/of
- een antizonnebrandmiddel te gebruiken. Als je een antizonnebrandmiddel met factor 6 gebruikt, mag je de maximale tijd met zes vermenigvuldigen; bij factor 10 met tien.
Enzovoort.

Iemand met huidtype 2 wil na drie uur 's middags drie uur zonnen. Hij is die dag nog niet in de zon geweest. De KNMI-voorspelling voor die dag luidt: zonkracht 7. Hij besluit een antizonnebrandmiddel met factor 8 te gebruiken.

4p **19** Handelt deze persoon verantwoord? Licht je antwoord toe.

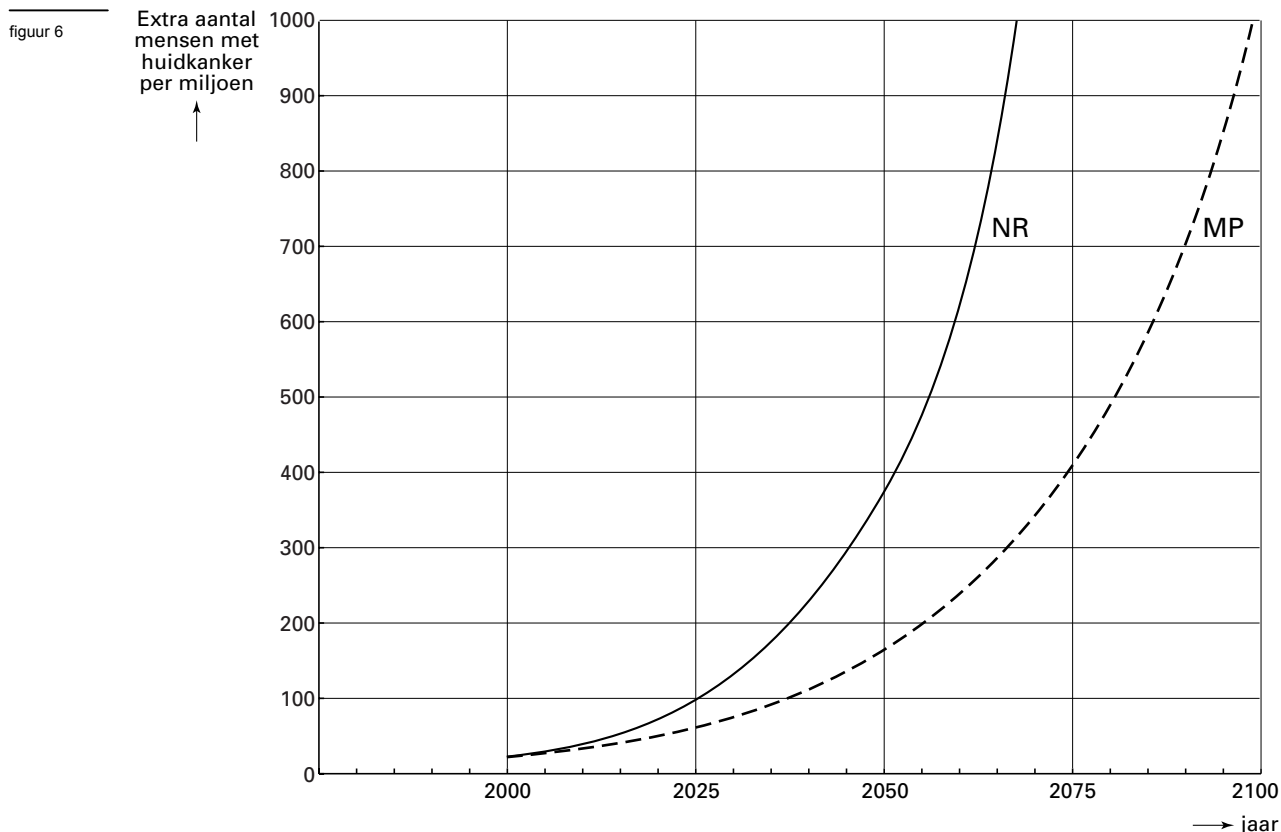
Bij mensen kan door allerlei oorzaken huidkanker ontstaan. Maar door het dunner worden van de ozonlaag zal nog een extra aantal mensen deze ziekte krijgen. De ozonlaag houdt immers de ultraviolette straling enigszins tegen.

In figuur 6 zie je twee grafieken van het KNMI. Elke grafiek geeft het *extra aantal mensen* aan dat in een bepaald jaar huidkanker zal krijgen door het dunner worden van de ozonlaag. Deze aantallen gelden voor de bevolking van Nederland en zijn berekend per miljoen inwoners.

In de NR-grafiek (niet-restrictief) zie je dat aantal in het geval er totaal geen maatregelen genomen worden om de afbraak van de ozonlaag tegen te gaan.

In de MP-grafiek (Montreal Protocol) zie je dat aantal in het geval dat internationaal de maatregelen worden nagekomen die diverse regeringen in 1987 in Montreal met elkaar hebben afgesproken.

Beide grafieken zijn getekend vanaf het jaar 2000. In dat jaar was het extra aantal mensen met huidkanker 25 per miljoen.



Voor het jaar 2050 verwacht men dat per miljoen inwoners van Nederland ongeveer 1300 mensen huidkanker zullen krijgen door andere oorzaken dan de ozonafbraak. Als de regeringen zich niet aan de MP-afspraken houden en er geen maatregelen genomen worden, dan zal in 2050 het totale aantal huidkankergevallen per miljoen $1300 + 380 = 1680$ zijn.

- 4p **20** Hoeveel procent minder mensen zullen er in Nederland in 2050 huidkanker krijgen als de regeringen zich wél aan de MP-afspraken houden? Licht je antwoord toe.

Zowel de MP- als de NR-grafiek van figuur 6 is te beschrijven door een exponentiële functie. Voor de MP-grafiek geldt:

$$MP = 25 \cdot g^t \quad \text{met } t \text{ in jaren en } t = 0 \text{ voor het jaar 2000}$$

Hierbij is MP het extra aantal mensen met huidkanker per miljoen.

- 4p **21** Bereken g .

Stel dat de regeringen in het jaar 2010 zulke strenge maatregelen nemen dat het extra aantal mensen met huidkanker per miljoen daarna jaarlijks afneemt.

- 2p **22** Is het dan mogelijk dat de grafiek die bij deze situatie hoort de horizontale as zal snijden? Licht je antwoord toe.

Einde