Correctievoorschrift VWO

2007

tijdvak 1

wiskunde B1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
   3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
   3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
   3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
   3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
   3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
   3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
   3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
   3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
   3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 84 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Podiumverlichting

1 maximumscore 3

- $\sin\alpha = \frac{x}{r}$ 1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{x}{r} = \frac{650x}{r^2}$ 1
- $r^2 = 9 + x^2$ invullen geeft $V = \frac{650x}{9 + x^2}$ 1

of

- $\sin\alpha = \frac{x}{r}$ 1
- $r = \sqrt{9 + x^2}$ 1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{\sqrt{9 + x^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{9 + x^2}} = \frac{650x}{9 + x^2}$ 1

2 maximumscore 5

- $\frac{650x}{9 + x^2} = 100$ geeft $x^2 - 6,5x + 9 = 0$ 2
- $(x-2)(x-4,5) = 0$ (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) 1
- De oplossingen $x = 2$ en $x = 4,5$ 1
- De hoogte moet minstens 2 meter en hoogstens 4,5 meter zijn 1

3 maximumscore 6

- $V' = \frac{650(9 + x^2) - 650x \cdot 2x}{(9 + x^2)^2}$ 2
- Als V maximaal is, is V' gelijk aan 0 1
- $V' = 0$ geeft $x^2 = 9$ 2
- De hoogte is 3 meter 1

Krasbal

4 maximumscore 4

- Het aantal verschillende speelvelden is $\binom{8}{4}$ 1
- Het aantal verschillende scoringsvelden is $\binom{4}{2}$ 1
- Het aantal verschillende krasbalkaarten is $\binom{8}{4} \cdot \binom{4}{2}$ 1
- Dit is $70 \cdot 6 = 420$ 1

5 maximumscore 4

- De wedstrijden met lengte 4 zijn VVPD en PMPD 1
- De kans op VVPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4}$ 1
- De kans op PMPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$ 1
- Het antwoord $\frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{7}$ (of ongeveer 0,14) 1

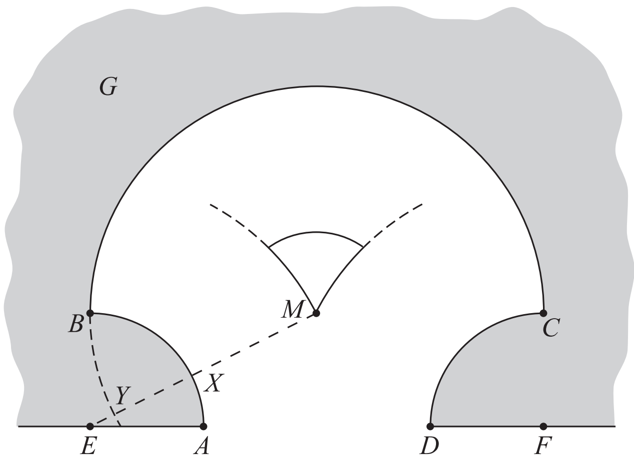
6 maximumscore 4

- Veronderstel dat Ruud eerlijk speelt, dus met kans $\frac{1}{2}$ als eerste vakje een P open krast 1
- Het aantal keren X dat Ruud als eerste een vakje P open krast is dan binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{2}$ 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 8 \mid n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2})$ met de GR berekend kan worden 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,055 1

Vraag	Antwoord	Scores

Cirkelinham

7 maximumscore 4



- Het tekenen van cirkelbogen door M met middelpunten E en F — 2
- De afstand tot boog BC moet gelijk zijn aan MX, waarbij X het snijpunt is van ME en cirkelboog AB — 1
- Het tekenen van de cirkelboog met middelpunt M en straal $6 - MX \approx 6 - 3,7 = 2,3$, met de juiste eindpunten — 1

of

- Het tekenen van cirkelbogen door M met middelpunten E en F — 2
- De derde cirkelboog heeft middelpunt M en straal XY, waarbij X het snijpunt is van ME en cirkelboog AB en Y het snijpunt is van ME en het verlengde van cirkelboog CB — 1
- Het tekenen van deze cirkelboog, met de juiste eindpunten — 1

8 maximumscore 4

- d(L, boog BC) = d(L, boog AB) — 1
- d(L, boog BC) = $6 - LM$ — 1
- d(L, boog AB) = $LE - 3$ — 1
- Combinatie van het bovenstaande geeft $6 - LM = LE - 3$, dus $LM + LE = 9$ — 1

of

- Als L in B ligt, is de som van de afstanden $6 + 3 = 9$ — 1
- Als L verder schuift, neemt LE evenveel toe als LM afneemt, met toelichting — 2
- Dus geldt voor alle punten L: $LM + LE = 9$ — 1

Opmerking
Als alleen getallenvoorbeelden gegeven zijn, hiervoor maximaal 1 punt toekennen.

9 **maximumscore 4**

- Het gebruik van de rechthoekige driehoek *ETS* — 1
- Als $MS = x$, dan $ES = 9 - x$ en $ST = 3 + x$ — 1
- De stelling van Pythagoras geeft: $(9-x)^2 = 6^2 + (3+x)^2$ — 1
- $x = 1\frac{1}{2}$ — 1

of

- d(S, boog AB) = d(S, boog BC) = d(S, boog CD); noem deze afstand a — 1
- $SE = 3 + a$ en $ST = 9 - a$ — 1
- De stelling van Pythagoras geeft: $(3+a)^2 = 6^2 + (9-a)^2$ — 1
- $a = 4\frac{1}{2}$, dus $ST = 9 - 4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ en $MS = 4\frac{1}{2} - 3 = 1\frac{1}{2}$ — 1

De functie $f(x) = e^x$

10 **maximumscore 4**

- De oppervlakte is $1 \cdot e^{a+1} - \int_a^{a+1} e^x dx$ — 1
- $\int_a^{a+1} e^x dx = e^{a+1} - e^a$ — 1
- De oppervlakte is $e^{a+1} - (e^{a+1} - e^a) = e^a$ — 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ — 1

of

- De oppervlakte is $\int_a^{a+1} \left(e^{a+1} - e^x\right) dx$ — 1
- Een primitieve is $e^{a+1} \cdot x - e^x$ — 1
- De oppervlakte is $e^{a+1}(a+1) - e^{a+1} - (e^{a+1} \cdot a - e^a) = e^a$ — 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ — 1

11 **maximumscore 4**

- De richtingscoëfficiënt van *AB* is $\dfrac{e^{a+1} - e^a}{a + 1 - a}$ $(= e^{a+1} - e^a)$ — 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $e^{a+1} - e^a = 1$ met de GR of algebraïsch opgelost kan worden — 1
- Het antwoord: $a < -0{,}54$ — 1

12 maximumscore 4

- De lengte is $\int_1^2 \sqrt{1+(e^x)^2}\,dx$ — 2
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend — 1
- Het antwoord: ongeveer 4,79 — 1

13 maximumscore 6

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x}\,dx$ — 1
- Een primitieve functie van e^{2x} is $\frac{1}{2}e^{2x}$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2-1)$ — 1
- Het omwentelingslichaam van de hele rechthoek heeft inhoud $\pi \cdot e^2 \cdot 1$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn y = e en de grafiek van f heeft inhoud $\pi e^2 - \frac{1}{2}\pi(e^2-1) = \frac{1}{2}\pi(e^2+1)$ — 1
- Het verschil tussen de inhouden is π — 1

of

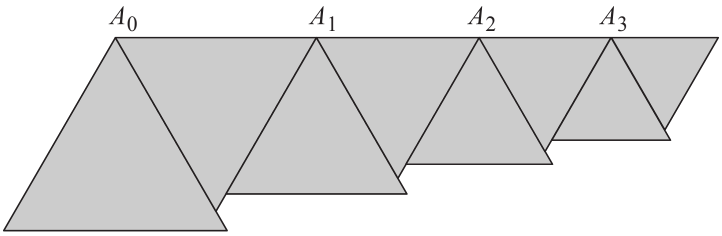
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x}\,dx$ — 1
- Een primitieve functie van e^{2x} is $\frac{1}{2}e^{2x}$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2-1)$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn y = e en de grafiek van f heeft inhoud $\pi\int_0^1 \left(e^2 - e^{2x}\right)dx$ — 1
- De inhoud van dit omwentelingslichaam is $\frac{1}{2}\pi(e^2+1)$ — 1
- Het verschil tussen de inhouden is π — 1

Opmerking

Als $\pi\int_0^1 (e-e^x)^2\,dx$ *is berekend, maximaal 3 punten toekennen.*

Driehoeken plakken

14 maximumscore 6



- $A_{n-1}A_n = 2,7 \cdot (0,81)^{n-1}$ cm (n = 1, 2, 3, …) 2
- $A_0A_n = 2,7 \cdot \dfrac{1-0,81^n}{1-0,81}$ cm (of beschrijven hoe A_0A_n voor verschillende waarden van n met de GR berekend kan worden) 2
- Aantonen dat A_0A_n groter wordt dan 14 cm (namelijk als $n \geq 20$) (dus de figuur overschrijdt de finishlijn) 2

of

- $A_{n-1}A_n = 2,7 \cdot (0,81)^{n-1}$ cm (n = 1, 2, 3, …) 2
- De limiet van de somrij is $\dfrac{2,7}{1-0,81}$ cm 2
- Dit is groter dan 14 cm (dus de figuur overschrijdt de finishlijn) 2

Brievenweger

15 maximumscore 3

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\alpha \approx \frac{1}{6}\pi$ — 1
- Invullen geeft $y \approx 36$ — 1

of

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\frac{1}{4}\pi$ rad $= 45°$ — 1
- $y \approx 70\dfrac{\sin(30°)}{\sin(30°+45°)} \approx 36$ — 1

Opmerking
Als gewerkt wordt met $\sin(30° + \frac{1}{4}\pi)$, *maximaal 1 punt toekennen.*

16 maximumscore 4

- $70\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi)} = 70$, dus $\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha$ — 1
- $\alpha + \frac{1}{4}\pi = \pi - \alpha$ — 2
- $\alpha = \frac{3}{8}\pi$ — 1

17 maximumscore 4

- $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 2
- $\cos\alpha \cdot \sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi-\alpha)$ — 1
- $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi-\alpha)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 2
- $\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) + \cos\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ en
  $\cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \cos\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ invullen — 1
- Dit geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 1

18 maximumscore 3

- $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\alpha}$ is minimaal als $\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)$ maximaal is — 1
- $\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)$ is maximaal als $\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi)=1$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha=\frac{1}{4}\pi\approx 0{,}79$ — 1

of

- Beschrijven hoe met de GR de waarde van α gevonden kan worden waarvoor $\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ minimaal is — 2
- $\alpha\approx 0{,}79$ — 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}\right)=70\sin(\frac{1}{4}\pi)\cdot\dfrac{-2\cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}{\sin^3(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 1
- Voor de gezochte waarde van α is $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}\right)$ gelijk aan 0, dus $\cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi)=0$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha=\frac{1}{4}\pi\approx 0{,}79$ — 1

Opmerking
Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat de extreme waarde een minimum is.

Spiegeltjes op een cirkel

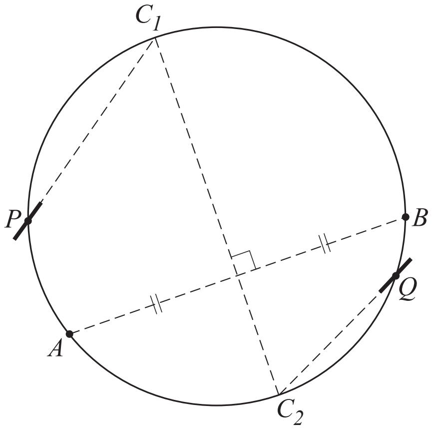
19 maximumscore 4

- $ABCS$ is een koordenvierhoek, dus $\angle ABC = 180° - \angle ASC$ — 1
- $\alpha = 180° - \angle ASC$, dus $\angle ABC = \alpha$; *gestrekte hoek* — 1
- $\angle BAC = \angle BSC = \beta$; *stelling van de constante hoek* — 1
- $\alpha = \beta$, dus $\angle ABC = \angle BAC$ — 1

of

- $\angle ASB = \angle ACB$; *stelling van de constante hoek* — 1
- $\angle ASB = 180° - (\alpha+\beta) = 180° - 2\beta$; *gestrekte hoek* — 1
- $\angle ACB = 180° - \angle BAC - \angle ABC$; *hoekensom driehoek* — 1
- Combineren geeft $2\beta = \angle BAC + \angle ABC = \beta + \angle ABC$; *stelling van de constante hoek*, dus $\angle ABC = \beta = \angle BAC$ — 1

20 maximumscore 4



- De snijpunten C_1 en C_2 van de middelloodlijn van AB met de cirkel tekenen — 2
- De juiste stand van beide spiegeltjes in de richting van C_1 of C_2 tekenen — 2

of

- Een snijpunt C van de middelloodlijn van AB met de cirkel tekenen — 1
- In het juiste punt het spiegeltje in de richting van C tekenen — 1
- In het juiste punt het spiegeltje loodrecht op de richting naar C tekenen — 2

Opmerkingen
Als de stand op een andere manier gevonden is, bijvoorbeeld door de deellijnen van $\angle APB$ en $\angle AQB$ te tekenen en de spiegeltjes loodrecht op deze deellijn te tekenen, geen punten toekennen.
Als één spiegeltje goed getekend is en de andere fout (bijvoorbeeld naar het verkeerde snijpunt van de middelloodlijn en de cirkel), maximaal 2 punten toekennen.

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 25 mei naar Cito.