

**Dit examen bestaat uit 21 vragen.**  
**Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.**  
**Voor de uitwerking van de vragen 1, 10, 11, 12, 13 en 21 is een bijlage toegevoegd.**

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

## Temperatuurverloop

Het verloop van de temperatuur kan gedurende de 24 uren van een dag nogal grillig zijn. In vereenvoudigde vorm is het temperatuurverloop gedurende een dag redelijk te benaderen door een sinusoïde met een periode van 24 uur.

Het KNMI hanteert voor De Bilt voor de dagen in de maand juni de volgende waarden: de maximumtemperatuur is  $21,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , deze wordt bereikt om 3 uur 's middags; de minimumtemperatuur is  $12,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$T$  is de temperatuur in graden Celsius op een dag in juni en  $u$  het aantal uren na middernacht.

Bij vraag 1 hoort een figuur op de bijlage.

- 4p **1**  Teken in deze figuur een assenstelsel en daarin de grafiek van het verband tussen  $T$  en  $u$ .
- 4p **2**  Stel een formule op van het verband tussen  $T$  en  $u$ .

Voor een dag in april geldt bij benadering de volgende formule voor het verband tussen  $T$  en  $u$ :

$$T = 7,6 + 4,3 \sin \frac{\pi}{12}(u - 10)$$

- 5p **3**  Bereken hoe lang het volgens deze formule op een dag in april warmer is dan  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Rond je antwoord af op een geheel aantal minuten.
- Op een bepaald moment op de dag is de temperatuurstijging het sterkst.
- 5p **4**  Hoe groot is volgens de bovenstaande formule die sterkste stijging van de temperatuur? Geef je antwoord in  $^{\circ}\text{C}$  per minuut. Licht je antwoord toe.

## Melkpakken vullen

In een zuivelfabriek worden literpakken melk gevuld.

Op een zekere dag wordt van alle pakken melk die het eerste kwartier worden geproduceerd de inhoud bepaald. De gegevens van deze metingen staan in onderstaande frequentietabel.

tabel 1

inhoud (ml)	aantal pakken
980- 985	1
985- 990	12
990- 995	43
995-1000	125
1000-1005	234
1005-1010	92
1010-1015	35
1015-1020	8
totaal	550

- 3p **5**  Hoe groot is de gemiddelde inhoud van deze pakken? Rond je antwoord af op één decimaal.

Het bedrijf gebruikt ook een andere vulmachine. Van deze vulmachine is bekend dat het de pakken vult met gemiddeld 1005 ml. De inhoud van deze pakken is normaal verdeeld met een standaardafwijking van 8 ml.

- 4p **6**  Bereken hoeveel procent van de pakken minder dan een liter melk bevat.

Nieuwe richtlijnen schrijven voor dat maximaal 2% van de pakken minder dan een liter melk mag bevatten. Het gemiddelde van de machine is in te stellen in stappen van 1 ml, de standaardafwijking blijft bij elke instelling 8 ml.

- 5p **7**  Bereken de waarde waarop het gemiddelde minstens ingesteld moet worden, opdat aan de nieuwe richtlijnen wordt voldaan.

We gaan er bij de volgende vragen van uit dat bij een juist afgestelde machine de kans dat een pak minder dan een liter melk bevat 0,02 is.

Elke dag wordt er een steekproef van 10 pakken melk uit de productie van zo'n machine genomen om de instelling te controleren.

- 3p **8**  Bereken de kans dat in zo'n steekproef precies één pak voorkomt dat minder dan een liter melk bevat. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Worden in een steekproef van 10 pakken twee of meer pakken aangetroffen die minder dan een liter melk bevatten, dan wordt de machine stilgezet, nagekeken en eventueel opnieuw afgesteld. Is er precies één pak met minder dan een liter melk dan wordt nog een tweede steekproef van 10 pakken genomen. Zitten er in de twee steekproeven samen twee of meer pakken met te weinig melk dan wordt de machine stilgelegd.

De ondernemer wil deze omslachtige manier van testen vereenvoudigen. Hij stelt voor direct een steekproef van 20 pakken te nemen. Zitten er twee of meer pakken met minder dan een liter bij dan moet de machine stilgelegd worden.

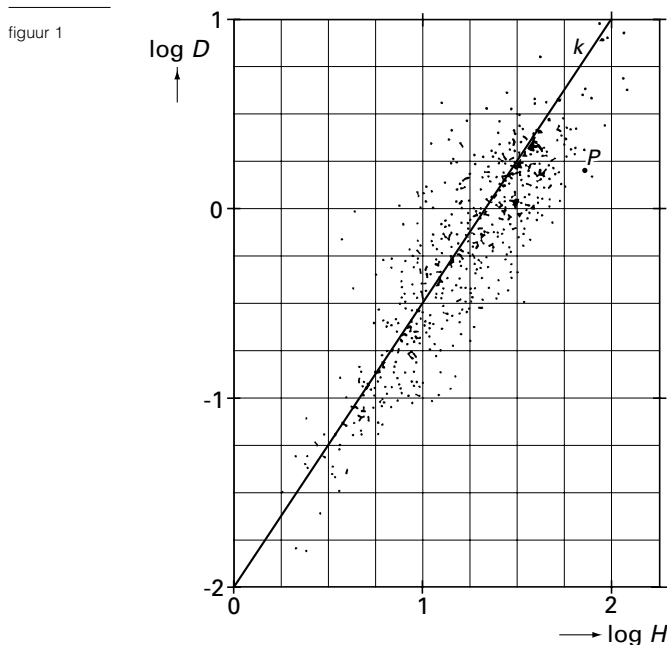
- 5p **9**  Leidt de manier van testen die de ondernemer voorstelt vaker, minder vaak of even vaak tot het stilleggen van de machine? Licht je antwoord toe.

## Hoge bomen

In Amerika zijn 576 verschillende soorten bomen onderzocht. Van elke soort is het hoogste exemplaar opgespoord en daarvan is de diameter van de stam op 1 meter boven de grond gemeten. Onderzocht is of er een verband bestaat tussen deze diameter  $D$  (in meters) en de hoogte  $H$  (in meters) van deze bomen.

Om van alle bomen de gegevens in één figuur duidelijk te kunnen weergeven is  $\log D$  uitgezet tegen  $\log H$ . Het resultaat is de puntenwolk in figuur 1. Hierin is een rechte lijn  $k$  getekend die goed bij deze puntenwolk past.

Dezelfde figuur staat vergroot op de bijlage bij de vragen 10, 11, 12 en 13.



Eén van de bomen is aangegeven met de letter  $P$ . Uit de grafiek op de bijlage lees je bijvoorbeeld af dat voor deze boom geldt  $\log D \approx 0,2$ .

- 3p **10**  Bereken de diameter op 1 meter boven de grond en de hoogte van deze boom. Rond de diameter af op een geheel aantal decimeters en de hoogte op een geheel aantal meters.

Voor een andere boom in de figuur geldt dat de hoogte 15,85 meter is en dat de diameter op 1 meter boven de grond gelijk is aan 25,1 centimeter.

- 4p **11**  Geef in de figuur op de bijlage aan welke boom dit is. Geef een toelichting.

Het verband tussen  $D$  en  $H$  voor bomen in de puntenwolk kan grofweg worden benaderd met een formule die past bij de lijn  $k$ .

Een formule voor  $k$  is:  $\log D = -2 + 1,5 \log H$ .

Een boom heeft op 1 meter hoogte een diameter van 2,5 meter.

- 4p **12**  Bereken met behulp van de formule voor  $k$  de hoogte van deze boom. Geef je antwoord in gehele meters nauwkeurig.

In sommige gevallen is de hoogte van een boom met een bepaalde diameter het dubbele van wat de lijn  $k$  bij die diameter aangeeft. Voor die bomen geldt:

$$\log D = -2,45 + 1,5 \log H.$$

- 5p **13**  Geef in de figuur op de bijlage aan bij welke bomen de hoogte *meer* is dan het dubbele van wat de lijn  $k$  aangeeft.

## Niertransplantaties

*Eurotransplant* is een stichting die zich bezig houdt met het op elkaar afstemmen van vraag en aanbod van donororganen.

Bij transplantaties ontstaan vaak afstotingsverschijnselen die onder controle gehouden moeten worden. Als iemand bijvoorbeeld een nier nodig heeft, moet bij transplantatie gezorgd worden voor een donornier met weefselkenmerken die goed bij de ontvanger passen. Zo wordt de kans op afstotingsverschijnselen verminderd. Behalve op weefselkenmerken wordt ook op veel andere kenmerken gelet.

Zo worden donor en ontvanger bijvoorbeeld ook vergeleken op de volgende twee kenmerken van bloedcellen: het B-kenmerk en het L-kenmerk. Als donor en ontvanger voor een kenmerk goed bij elkaar passen, zegt men dat ze 'matchen' voor dat kenmerk.

*Eurotransplant* slaagt er bij niertransplantaties in om in 88% van de gevallen donor en ontvanger te matchen voor het B-kenmerk. Voor het L-kenmerk is dit 65%.

We gaan er bij de volgende vragen van uit dat een ontvanger van een donornier een kans van 0,88 heeft dat hij een nier krijgt met het juiste B-kenmerk en een kans van 0,65 dat hij een nier krijgt met het juiste L-kenmerk. Deze kenmerken komen onafhankelijk van elkaar voor.

- <sup>4p</sup> **14**  Toon aan dat de kans dat een ontvanger voor *geen* van beide kenmerken matcht met de donor, ongeveer 4% is.

- In een bepaalde maand worden in een bepaalde regio 20 niertransplantaties gepland.
- <sup>5p</sup> **15**  Bij hoeveel van deze niertransplantaties zal de ontvanger naar verwachting voor slechts één of geen van beide kenmerken met de donor matchen? Licht je antwoord toe.

- <sup>5p</sup> **16**  Bereken de kans dat in die maand 10 of meer van de ontvangers volledig matchen met de donoren.

Als donor en ontvanger voor beide kenmerken matchen, is er toch nog kans dat er afstotingsverschijnselen optreden. De kans hierop is in deze situatie 25%.

Als donor en ontvanger voor geen van beide kenmerken matchen, is de kans op afstotingsverschijnselen 60%.

In een ziekenhuis zijn in een week vier niertransplantaties uitgevoerd. Bij twee ervan was sprake van volledig matchende donor en ontvanger; bij de twee andere was juist sprake van ontvangers die voor geen van beide kenmerken matchten met de donoren.

- <sup>6p</sup> **17**  Bereken de kans dat er in hoogstens één van deze vier gevallen sprake is van afstotingsverschijnselen.

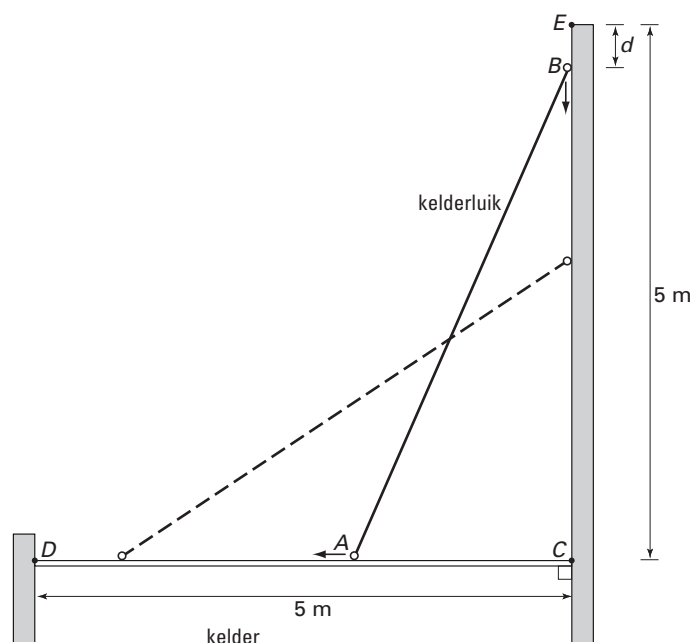
*Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.*

## Kelderluik

Een grote kelder kan worden afgesloten met een rechthoekig luik. De lengte  $AB$  van het luik is 5 meter. Het luik sluit het keldergat precies af. In figuur 2 is een model van de situatie in een zijaanzicht getekend. De uiteinden van het luik ( $A$  en  $B$ ) lopen over rails  $CD$  en  $EC$ .

Bij het openen en sluiten wordt  $A$  aangedreven door een elektromotor, die  $A$  een constante snelheid geeft van 0,1 meter per seconde. We gaan er bij de volgende vragen steeds van uit dat deze snelheid onmiddellijk bij het openen en sluiten van het luik optreedt.

figuur 2



Het luik wordt vanuit geheel geopende stand ( $A$  valt dan samen met  $C$  en  $B$  valt dan samen met  $E$ ) gesloten.

- 5p **18**  Bereken, zonder gebruik te maken van onderstaande formule, hoeveel het punt  $B$  is gezakt 20 seconden nadat het sluiten begonnen is. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

$t$  is de tijd (in seconden) die verstreken is nadat het sluiten van het luik begonnen is. De afstand  $d$  (in meters) die het punt  $B$  dan afgelegd heeft, is afhankelijk van  $t$ . Het verband tussen  $t$  en  $d$  wordt voor elk tijdstip  $t$  met  $0 \leq t \leq 50$  gegeven door:

$$d = 5 - \sqrt{25 - 0,01t^2}$$

- 4p **19**  Toon aan dat deze formule juist is.

Bij het sluiten van het luik is de snelheid  $v$  (in meter per seconde) van het punt  $B$  op tijdstip  $t$  gelijk aan de helling van de grafiek van  $d$  in het bijbehorende punt.

- 4p **20**  Bereken de snelheid van het punt  $B$  op het tijdstip  $t = 25$ . Geef je antwoord in meter per seconde in twee decimalen nauwkeurig.

In figuur 1 van de bijlage bij vraag 21 is de grafiek van  $v$  als functie van  $t$  getekend, behorend bij het sluiten van het luik.

Na precies 15 minuten (op  $t = 900$ ) wordt het luik vanuit de gesloten stand helemaal geopend. De snelheid  $v$  van het punt  $B$  is weer een functie van  $t$ .

- 3p **21**  Teken in figuur 2 van de bijlage de grafiek van  $v$  die hoort bij dit openen van het kelderluik.

Einde