wiskunde B1

Examen HAVO

Hoger
Algemeen
Voortgezet
Onderwijs

20 05

Tijdvak 1
Woensdag 25 mei
13.30 – 16.30 uur

Voor dit examen zijn maximaal 82 punten te behalen; het examen bestaat uit 22 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de beantwoording van vraag 5 is een uitwerkbijlage bijgevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Modderstroom

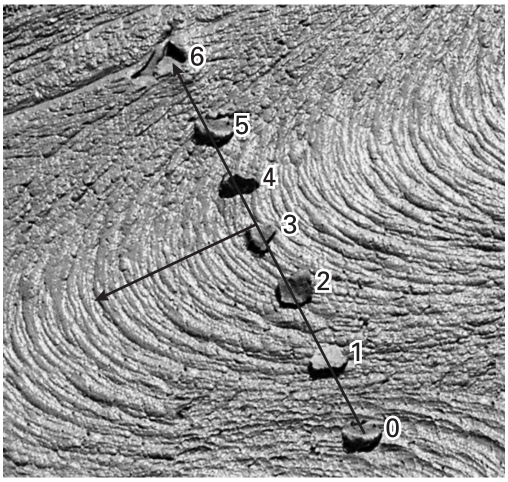
Er zijn vulkanen die geen lava uitspuwen, maar een constante stroom modder geven. De koude modder stroomt als een rivier langzaam de helling af (zie foto 1). Aan de rand van deze stroom droogt de modder op. Daar stroomt de modder dus wat langzamer dan in het midden. Dit is te zien aan het geribbelde patroon.

Om dit snelheidsverschil te meten, gebruiken geologen stenen die ze op de modderstroom leggen. Bij een modderstroom van ruim 6 dm breed gebeurt dat als volgt.
Een geoloog legt een rij van 7 stenen dwars in de stroom. Elke steen krijgt een nummer van 0 t/m 6. Steen nummer 0 legt hij vlak bij de rand van de stroom. Het midden van steen nummer 1 legt hij op 1 dm van het midden van steen nummer 0. De afstand tussen de middens van opeenvolgende stenen is steeds 1 dm. Steen nummer 6 ligt vlak bij de andere rand. Het resultaat zie je in foto 2.

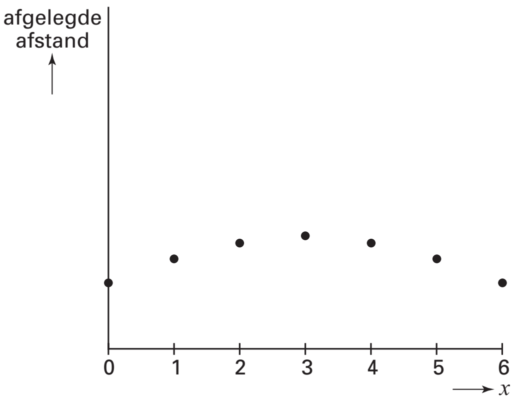
Elk uur meet hij de afstand die de stenen door de stroom hebben afgelegd. In de onderstaande figuren zie je de ligging na één uur en na drie uur.

foto 1

foto 2

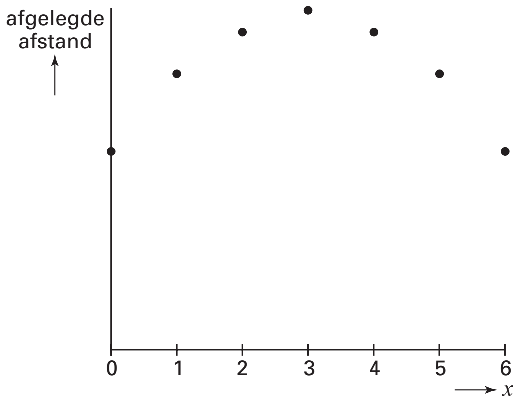


figuur 1



Ligging van de stenen na 1 uur

figuur 2



Ligging van de stenen na 3 uur

De afstand A (in dm) die de stenen na één uur hebben afgelegd, wordt beschreven door de formule:

$$A = -0{,}1x^2 + 0{,}6x + 19{,}4$$

Hierbij is x de afstand in dm van het midden van een steen tot het midden van steen 0 bij het begin van het proces.

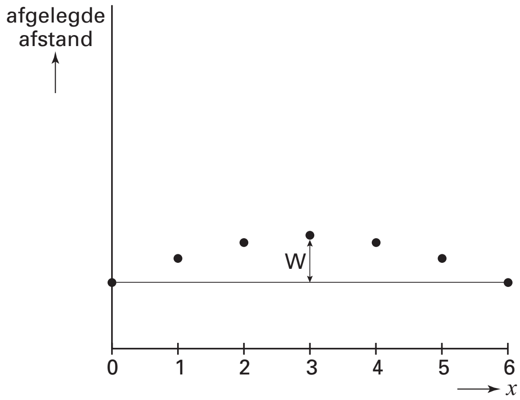
3p **1** ☐ Bereken de afstand die steen nummer 2 het eerste uur heeft afgelegd.

De stenen gaan met de modder mee de berg af.
Elke steen heeft zijn eigen *constante* snelheid.

4p **2** ☐ Van welke stenen ligt die snelheid het dichtst bij 20 dm per uur?
Licht je antwoord toe met een berekening.

De geoloog heeft de stenen op een rechte lijn loodrecht op de stroomrichting gelegd. Steen nummer 3 zal door de stroom sneller vooruit komen dan de andere stenen. Het weglengteverschil W dat op die manier tussen steen nummer 3 en steen nummer 6 na één uur ontstaat, is afgebeeld in de figuur hiernaast.

figuur 3



Ligging van de stenen na 1 uur

3p **3** ☐ Toon aan dat het weglengteverschil W tussen steen nummer 3 en steen nummer 6 na één uur 9 cm is.

Op een gegeven moment meet de geoloog een weglengteverschil W tussen steen nummer 3 en steen nummer 6 van 83 cm.

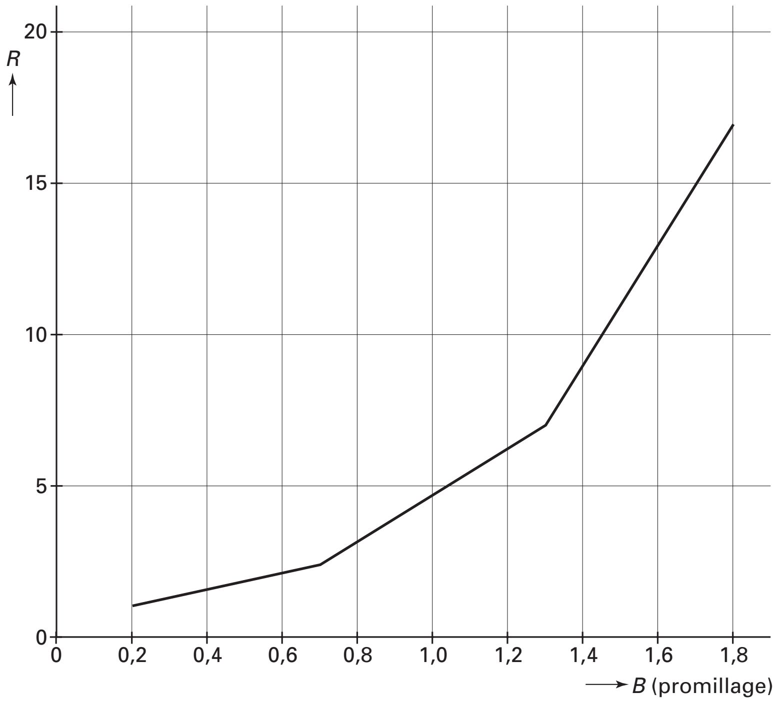
4p **4** ☐ Bereken de totale afgelegde weg van de steen met nummer 3, gerekend vanaf de plek waar de geoloog de stenen in de modderstroom gelegd heeft.
Geef je antwoord in cm nauwkeurig.

Alcohol en rijvaardigheid

Iemand die alcohol heeft gedronken en in een auto gaat rijden heeft een verhoogde kans op een ongeluk. Deze kans hangt af van het bloedalcoholgehalte B, dat wordt uitgedrukt in promillages. Een promillage van 1 wil zeggen dat 1 milliliter bloed één milligram pure alcohol bevat.

Onderzoekers hebben voor een aantal promillages de verhoogde kans op een ongeluk vastgesteld. Zie onderstaande figuur. In deze grafiek is bijvoorbeeld af te lezen dat bij een promillage van 1,3 de risicofactor R ongeveer 7 is. Dat wil zeggen dat de kans op een ongeluk zeven maal zo groot is als de kans bij een promillage van 0.
Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 4



Als er geen alcohol in het lichaam afgebroken zou worden, is er voor mannen het volgende verband tussen het aantal gedronken glazen en het bloedalcoholgehalte:

$B = \frac{100a}{7m}$ (a is het aantal glazen en m is het lichaamsgewicht in kilogram).

Een jongen die geslaagd is voor zijn examen, verschijnt om 22.00 uur op een examenfeest en drinkt in korte tijd 6 glazen bier. Direct daarna rijdt hij met zijn auto naar een ander feest. Zijn lichaam heeft dan nog geen tijd gehad om ook maar een gedeelte van de genuttigde alcohol af te breken.
Deze jongen weegt 69 kg.

3p **5** ☐ Leid met behulp van de gegeven formule en de grafiek op de uitwerkbijlage af hoe groot de risicofactor R is.

Een meisje drinkt ieder half uur een glas bier. Haar eerste glas drinkt zij om 20.00 uur. Haar laatste glas bier drinkt zij om 22.00 uur. Naast het bier drinkt zij die avond geen andere alcoholhoudende drank. Dit meisje weegt 65 kilo.
Als er geen alcohol in het lichaam afgebroken zou worden, is er voor vrouwen het volgende verband tussen het aantal gedronken glazen en het bloedalcoholgehalte:
$B = \dfrac{100a}{5m}$ (a is het aantal glazen en m is het lichaamsgewicht in kilogram).

In werkelijkheid wordt alcohol in het lichaam afgebroken. Dat begint een half uur na de inname ervan. De afbraak gaat door zolang het bloed alcohol bevat. Er wordt per uur steeds evenveel alcohol afgebroken.
Er geldt de volgende formule: $A = 0{,}002 \cdot m(u - 0{,}5)$.
In deze formule staat A voor de afname van het bloedalcoholgehalte (in promillages), u voor het aantal uren vanaf het moment waarop het eerste glas wordt gedronken en m voor het gewicht in kilogram.
Uit de formules voor B en A volgt dat door één glas bier per half uur te drinken het bloed van het meisje op elk moment alcohol bevat.

Na het feest gaat het meisje met de auto naar huis. Om 02.00 uur wordt zij door de politie aangehouden voor een blaastest. Doorrijden met een promillage van 0,5 of hoger is in Nederland niet toegestaan.

5p **6** ☐ Onderzoek of het meisje volgens deze regel van de politie mag doorrijden.

Uit een onlangs gepubliceerd onderzoek bleek dat 88% van de Nederlandse mannen van 15 jaar en ouder wel eens alcohol gebruikt.
We nemen willekeurig twee Nederlandse mannen van 15 jaar en ouder.

3p **7** ☐ Bereken de kans dat precies één van de twee wel eens alcohol gebruikt.

Van de Nederlanders die 15 jaar of ouder zijn, is 48% man en 52% vrouw.
Uit het genoemde onderzoek bleek dat van *alle* Nederlanders van 15 jaar en ouder 80% wel eens alcohol gebruikt.

4p **8** ☐ Bereken hoeveel procent van de vrouwen wel eens alcohol gebruikt.

Nederlandse Spoorwegen

Bij de kaartjescontrole in de trein hanteert de NS het begrip controle-intensiteit. Met een controle-intensiteit van 10% op een bepaald traject bedoelt de NS dat er in de spitsuren gemiddeld in 1 op de 10 ritten op dat traject kaartjescontrole plaatsvindt.
We gaan ervan uit dat iemand dan een kans van 10% heeft om bij een rit op dat traject gecontroleerd te worden.

foto 3

Een reiziger neemt op een dag een retourtje op dit traject (dat zijn dus twee ritten). Hij reist in de spitsuren. Neem aan dat de controle-intensiteit op dit traject 10% is.

2p **9** ☐ Bereken de kans dat hij die dag op dit traject niet wordt gecontroleerd.

Deze reiziger neemt in een bepaalde week op elk van de vijf werkdagen een retourtje op dit traject, waarbij hij steeds in de spits reist.

3p **10** ☐ Bereken de kans dat hij tijdens deze werkweek precies één keer wordt gecontroleerd.

Wordt de controle-intensiteit op een bepaald traject gelijkgesteld aan p (in %), dan is de kans dat een reiziger in de spitsuren van een werkweek (10 ritten) geen enkele maal gecontroleerd wordt gelijk aan $(1-0,01p)^{10}$.

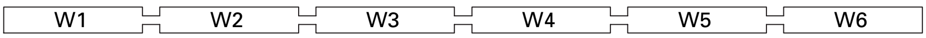
3p **11** ☐ Toon dit aan.

De NS wil ervoor zorgen dat de kans dat een reiziger in de spitsuren van een werkweek (10 ritten) geen enkele maal gecontroleerd wordt, hoogstens 20% is.

4p **12** ☐ Onderzoek hoe groot de controle-intensiteit dan minstens moet zijn.
Geef je antwoord in gehele procenten.

De pakkans bij zwartrijden hangt af van de wijze waarop wordt gecontroleerd en ook van de plaats die de reiziger in de trein kiest. Neem aan dat een trein uit 6 even grote rijtuigen bestaat: W1-W2-W3-W4-W5-W6 (zie onderstaande figuur).

figuur 5



De conducteur controleert op elke rit twee aangrenzende rijtuigen: hij stapt in een willekeurige rijtuig, bijvoorbeeld W5, en controleert dit volledig. Daarna controleert hij een aangrenzend rijtuig. Hij kan in dit voorbeeld dus kiezen uit twee rijtuigen om één daarvan te controleren. In dat geval kiest hij willekeurig één van deze twee rijtuigen W4 of W6. Wanneer de conducteur echter als eerste rijtuig W6 had gekozen om te controleren, dan zal hij als tweede rijtuig W5 controleren. In dat geval hoeft hij niet te kiezen.

5p **13** ☐ Bereken de kans dat tijdens een rit het rijtuig W5 wordt gecontroleerd.

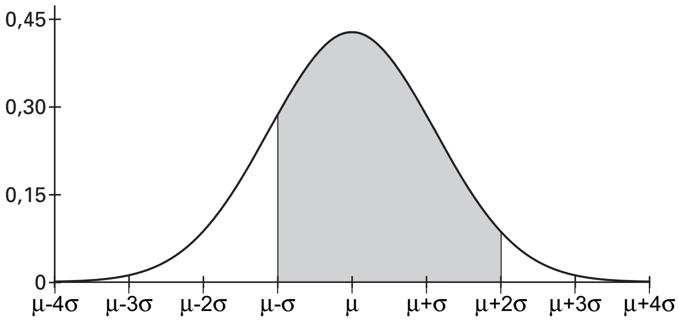
Bevolkingsgroei

Demografen houden zich onder andere bezig met de samenstelling, opbouw en groei van de bevolking. De groei van de bevolking is onder andere afhankelijk van het aantal geboorten.
Neem aan dat het aantal geboorten per dag in Nederland bij benadering normaal verdeeld is met een gemiddelde van 550 en een standaardafwijking van 35.

3p **14** ☐ Bereken op hoeveel dagen van één jaar er in Nederland naar verwachting 500 of meer geboorten zullen zijn.

Hieronder is de grafiek van een normale verdeling getekend met gemiddelde μ en standaardafwijking σ.

figuur 6



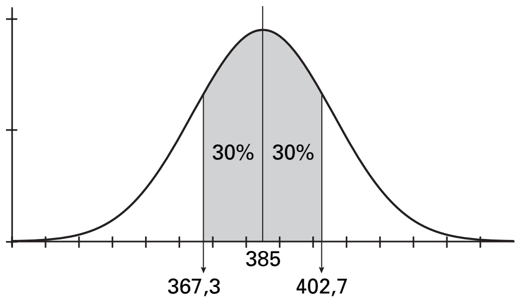
3p **15** ☐ Bereken de kans dat op een willekeurige dag het aantal geboorten tussen $\mu - \sigma$ en $\mu + 2\sigma$ ligt.

De groei van de bevolking hangt ook af van het aantal sterfgevallen. We nemen aan dat het aantal sterfgevallen per dag ook bij benadering normaal verdeeld is en niet afhankelijk is van het aantal geboorten per dag.
Dagen waarop zowel het aantal geboorten als het aantal sterfgevallen ligt tussen het gemiddelde min één standaardafwijking en het gemiddelde plus één standaardafwijking komen uiteraard veel voor.

4p **16** ☐ Bereken de kans dat op een willekeurige dag zowel het aantal geboorten als het aantal sterfgevallen minder dan één standaardafwijking afwijkt van het gemiddelde.

De normale verdeling van het aantal sterfgevallen per dag in Nederland heeft een gemiddelde van 385. Een grafiek hiervan staat hiernaast.
Gegeven is dat de kans op een uitkomst tussen 367,3 en 402,7 bij deze normale verdeling 60% is. Zie daarvoor de figuur en het grijs gekleurde vlakdeel.

figuur 7



4p **17** ☐ Bereken de standaardafwijking van deze verdeling.

In onderstaande tabel staan prognoses van de bevolking in Nederland.

tabel

Jaar	2005	2010	2015	2020
Totale bevolking	16 425 000	16 865 000	17 205 000	17 492 000
Percentage 65^+-ers	13,9	14,8	16,9	18,4

Volgens deze tabel vergrijst de bevolking in de periode van 2005 tot 2020. Het *percentage* 65^+-ers neemt namelijk toe van 13,9 naar 18,4. Het *aantal* 65^+-ers stijgt eveneens in deze periode.

4p **18** ☐ Bereken met hoeveel procent het *aantal* 65^+-ers in Nederland in de periode 2005-2020 zal stijgen.

Om een schatting te geven van de grootte van de Nederlandse bevolking in 2009 gaat men uit van een exponentiële groei in de periode 2005–2010. Het groeipercentage over deze periode is ongeveer 2,7%. Als startwaarde gebruiken we de grootte van de bevolking in 2005.

4p **19** ☐ Geef, uitgaande van deze exponentiële groei, een schatting van de grootte van de Nederlandse bevolking van 2009. Rond je antwoord af op duizendtallen.

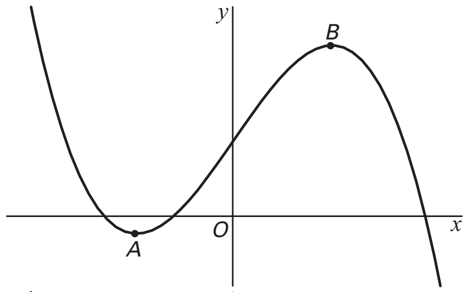
Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Derdegraadsfuncties

Gegeven is de functie $f(x) = -x^3 + 27x + 44$
De punten A en B zijn de toppen van de grafiek van f (zie figuur 8).
Deze toppen liggen even ver van de y-as.

5p **20** ☐ Toon dit aan met behulp van differentiëren.

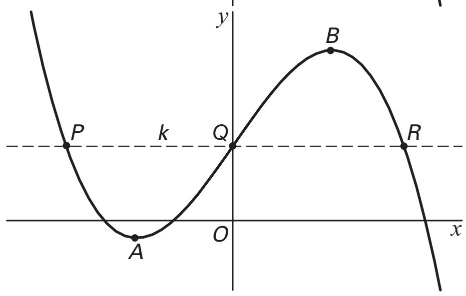
figuur 8



Q is het snijpunt van de grafiek van f met de y-as. De lijn k door Q evenwijdig aan de x-as snijdt de grafiek ook nog in de punten P en R (zie figuur 9).

5p **21** ☐ Bereken de lengte van PR.
Rond je antwoord af op twee decimalen.

figuur 9



Een familie van functies is gegeven door $h(x) = (x+4)(p + 4x - x^2)$, waarbij p elk reëel getal kan voorstellen.

4p **22** ☐ Toon aan met behulp van algebra dat er een waarde van p is waarbij de bijbehorende functie h gelijk is aan de functie f.

Einde