

Voor dit examen zijn maximaal 83 punten te behalen; het examen bestaat uit 20 vragen. Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Toename lichaamsgewicht zwangere vrouw

Een vrouwenarts heeft van een zwangere vrouw gedurende de zwangerschap allerlei gegevens verzameld. In tabel 1 staan enkele resultaten. Daaruit is onder andere af te lezen dat deze vrouw als ze 25 weken zwanger is, sinds het begin van de zwangerschap 3030 gram zwaarder is geworden.

tabel 1

Aantal weken zwanger	15	25	35	40
Toename lichaamsgewicht in gram (afgerond op tientallen)	1520	3030	5990	8400

Het verband tussen het aantal weken zwangerschap en de gewichtstoename van deze vrouw is vanaf de vijftiende week bij benadering exponentieel.

- 4p 1 Bereken de groeifactor per week van dit exponentiële verband. Rond je antwoord af op twee decimalen.

De gewichtstoename van een zwangere vrouw wordt voor een deel veroorzaakt door het gewicht van de ongeboren baby. Onderzoek toont aan dat vanaf week 20 dit gewicht elke week ongeveer evenveel toeneemt.

In tabel 2 zijn gewichten weergegeven van het ongeboren kind van de vrouw van wie de gewichtstoename in tabel 1 staat.

tabel 2

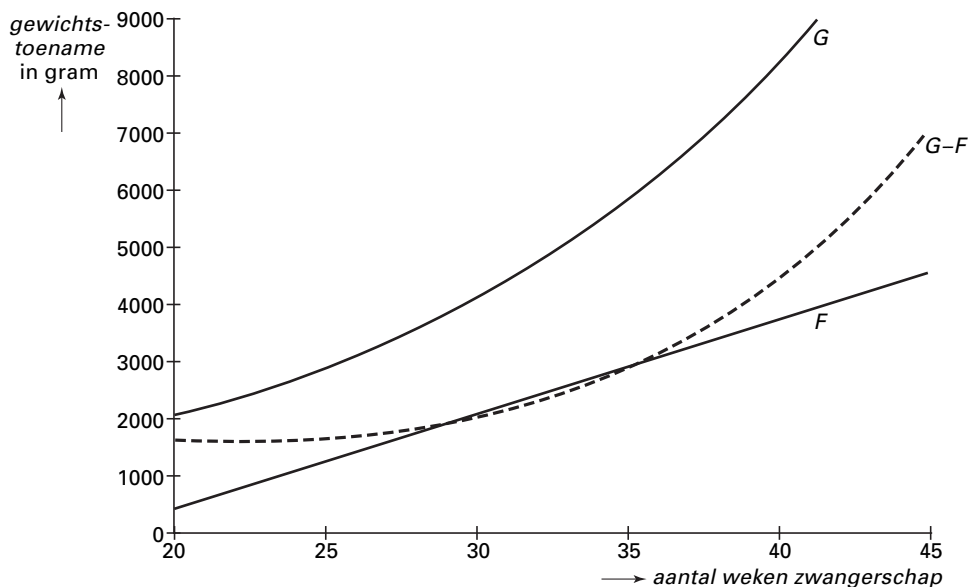
Aantal weken zwanger	20	25	35	40
Gewicht van het ongeboren kind in gram	523	1390	3120	3990

De formule $F = a \cdot t + b$ geeft bij benadering het verband weer tussen het gewicht van het ongeboren kind en de duur van de zwangerschap. Hierin is t de tijd in weken dat de vrouw zwanger is en F het gewicht van het ongeboren kind in gram.

- 4p 2 Bereken a en b met behulp van de gegevens in tabel 2.

Tijdens de zwangerschap van een andere vrouw zijn ook de gewichtstoename van de moeder en het gewicht van het ongeboren kind door de vrouwenarts bijgehouden. De gegevens zijn in formules verwerkt. De bijbehorende grafieken zijn in figuur 1 afgebeeld.

figuur 1



De formules die bij deze zwangerschap horen zijn: $G = 1450 \cdot 2^{0,1t-1,5}$ en $F = 165t - 2875$. Hierin is t de duur van de zwangerschap in weken, G de gewichtstoename van de vrouw in gram en F het gewicht van het ongeboren kind in gram. In figuur 1 is met een stippellijn de grafiek getekend van het verschil van G en F .

Aan het eind van de zwangerschap wordt er veel vocht opgeslagen. Ook neemt het gewicht van de vrouw toe door weefselvorming rond het ongeboren kind. Aan het eind van de zwangerschap kunnen G en F wel 4000 tot 8000 gram verschillen.

- 5p **3** Bereken met behulp van de gegeven formules op welke dag na het begin van de zwangerschap bij deze vrouw dit verschil voor het eerst meer dan 4000 gram is.

De grafiek van F en de verschilgrafiek snijden elkaar voor twee waarden van t . Op deze twee tijdstippen geldt dat G twee keer zo groot is als F .

- 4p **4** Beredeneer dit zonder deze snijpunten met behulp van de formules uit te rekenen.

Functionies

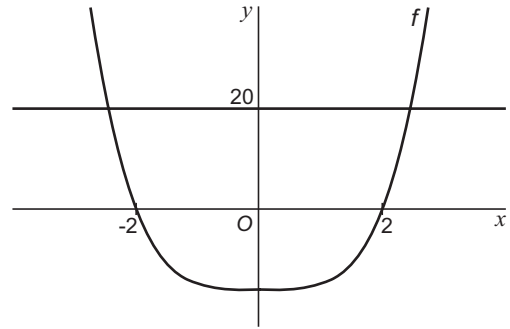
Gegeven is de functie $f(x) = x^4 - 16$.

De grafiek van f snijdt de x -as in de punten $(-2, 0)$ en $(2, 0)$.

In figuur 2 zijn de grafiek van f en de lijn $y = 20$ getekend.

- 4p **5** Bereken exact voor welke waarden van x de grafiek van f tussen de x -as en de lijn $y = 20$ ligt.

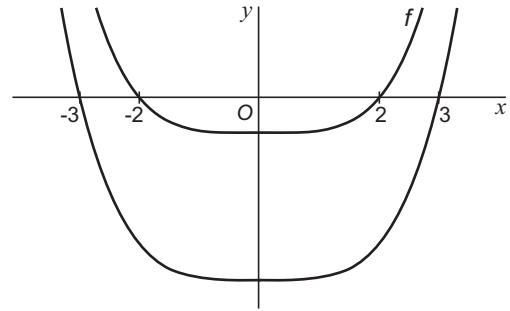
figuur 2



Door de grafiek van f omlaag te schuiven veranderen de snijpunten met de x -as in de punten $(-3, 0)$ en $(3, 0)$. In figuur 3 zijn de grafiek van f en de verschoven grafiek getekend.

- 3p **6** Bereken over welke afstand de grafiek van f in deze situatie omlaag verschoven is.

figuur 3

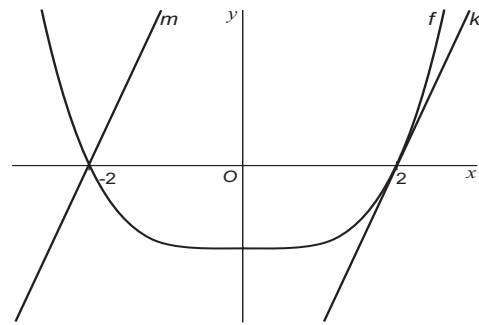


De raaklijn aan de grafiek van f in het punt $(2, 0)$ is de lijn k .

De lijn m gaat door het punt $(-2, 0)$ en is evenwijdig aan de lijn k (zie figuur 4).

- 4p **7** Stel met behulp van differentiëren een vergelijking op van de lijn m .

figuur 4

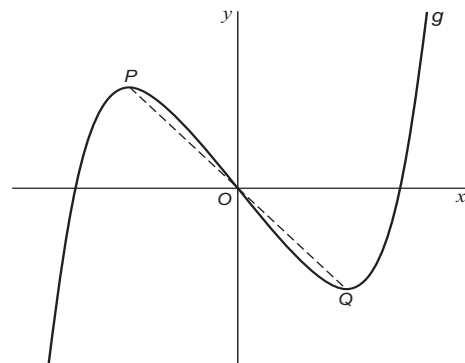


Door $f(x)$ met x te vermenigvuldigen ontstaat de productfunctie $g(x) = x^5 - 16x$.

De grafiek van g heeft twee toppen, P en Q (zie figuur 5). In figuur 5 is ook lijnstuk PQ getekend.

- 5p **8** Bereken de lengte van het lijnstuk PQ . Rond je antwoord af op één decimaal.

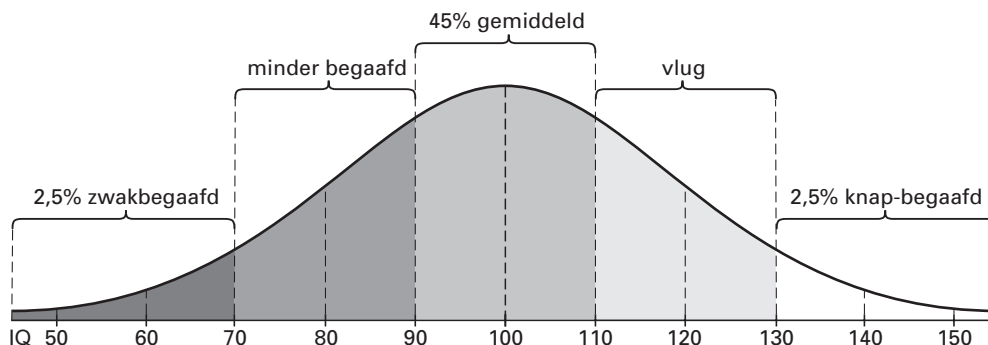
figuur 5



Intelligentiequotiënt

Meting van het intelligentiequotiënt (IQ) gebeurt door middel van tests. Op grond van deze tests worden IQ-scores vastgesteld. De IQ-scores zijn bij benadering normaal verdeeld en hebben een gemiddelde van 100 en een standaardafwijking van 15.

figuur 6



De grafiek in figuur 6 is ontleend aan het boek *De polen van het intellect* van J. Luning Prak uit 1948. In de figuur wordt onder andere vermeld dat 45% van de mensen een IQ heeft tussen 90 en 110.

- 4p **9** Onderzoek of deze bewering in overeenstemming is met de gegeven waarden voor het gemiddelde en de standaardafwijking.

In het boek *De schaal van Richter en andere getallen* uit 1990 stelt Hans van Maanen dat de IQ-scores normaal verdeeld zijn met een gemiddelde van 100 en dat 70% van de mensen een IQ heeft tussen 84 en 116. Uitgaande van deze gegevens kun je de standaardafwijking van de IQ-scores berekenen.

- 4p **10** Onderzoek of deze berekening een standaardafwijking van ongeveer 15 oplevert.

De Amerikaanse psycholoog James Flynn heeft aangetoond dat het gemiddelde van de IQ-scores bij het gebruik van dezelfde tests iedere tien jaar met drie punten toeneemt. De standaardafwijking blijft wel gelijk, namelijk ongeveer 15. Als men de grenzen voor zwakbegaafd, minder begaafd, enz. gelijk houdt, lijkt het alsof het aantal zwakbegaafden afneemt en het aantal knap-begaafden toeneemt. Daarom worden IQ-tests zo nu en dan vernieuwd.

Mensen die een IQ hebben van 130 of meer heten knap-begaafd. Neem aan dat ze nu 2,5% van de totale bevolking vormen. Stel dat je de tests waarmee nu de IQ-scores bepaald zijn over 30 jaar zou gaan gebruiken.

- 4p **11** Bereken hoeveel procent knap-begaafden je dan volgens Flynn zou krijgen.

Mensen met een IQ-score van minder dan 70 heten zwakbegaafd. Bij vraag 12 gaan we uit van de volgende gegevens:

- 20 jaar geleden had Nederland 14 400 000 inwoners en was 2,5% daarvan zwakbegaafd;
- in de laatste 20 jaar is het aantal inwoners van Nederland gemiddeld met 0,63% per jaar toegenomen;

Voor het vaststellen van de IQ-scores gebruikt men de IQ-tests die 20 jaar geleden ook gebruikt werden. De gemiddelde IQ-score is dan volgens Flynn toegenomen tot 106. De standaardafwijking is 15.

- 7p **12** Bereken hoeveel het aantal zwakbegaafden is afgenomen ten opzichte van 20 jaar geleden als je rekening houdt met de bevolkingsgroei in die periode. Rond je antwoord af op duizendtallen.

Paraboolvormig kunstwerk

In het kunstwerk op de foto komen twee buizen voor. Je kunt daarin delen van een bergparabool en een dalparabool herkennen.

De top T van de bergparabool is 13,0 meter boven de grondlijn, die door de uiteinden A en B van het kunstwerk gaat. De afstand AB is 38,5 meter. In figuur 7 is het gedeelte van de bergparabool in een assenstelsel getekend. De punten A en B liggen op de x -as, T ligt op de y -as.

Het gedeelte van de bergparabool in figuur 7 kan beschreven worden met een

functievoorschrift van de vorm: $h(x) = a \cdot x^2 + c$.

Hierin zijn x en $h(x)$ gegeven in meter en is $h(x) \geq 0$.

Berekend kan worden dat $a \approx -0,0351$ en $c = 13,0$.

4p **13** □ Toon dit aan.

Iemand beweert dat in alle punten van de grafiek van h de helling kleiner is dan 1.

5p **14** □ Onderzoek met behulp van differentiëren of hij gelijk heeft.

In figuur 8 zijn beide parabolische delen van het kunstwerk weergegeven. Top S van de dalparabool en top T van de bergparabool liggen beide op de y -as en A en B liggen op de x -as.

De dalparabool snijdt de bergparabool in de punten C en D met y -coördinaat 9,6. Door deze twee punten kun je een lijn trekken. Het stukje dalparabool CSD is het spiegelbeeld van het bovenste deel CTD van de bergparabool ten opzichte van deze lijn. Bij de grafiek van het stuk dalparabool hoort een functievoorschrift van de vorm:

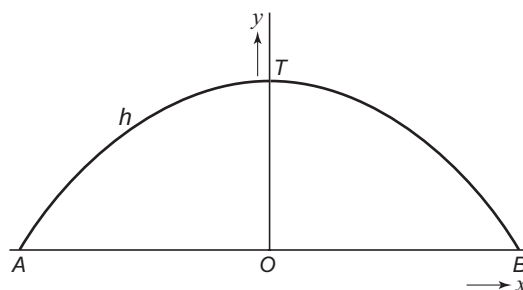
$$g(x) = ax^2 + c$$

5p **15** □ Bereken de waarden van a en c in deze formule.

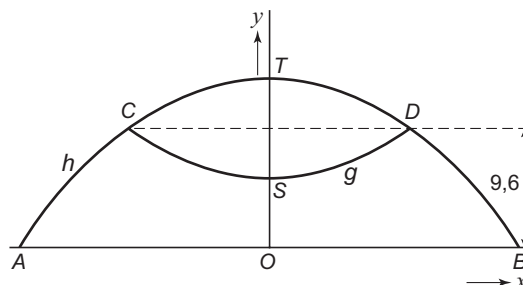
foto 1



figuur 7



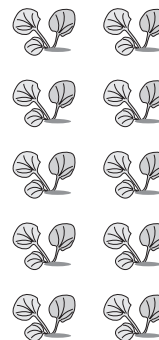
figuur 8



Besmetting

Er wordt veel onderzoek gedaan naar mogelijkheden ter bestrijding en voorkoming van plantenziektes. De volgende vragen gaan over risico's dat planten besmet raken. De situaties die we bekijken zijn daarbij sterk vereenvoudigd.

figuur 9



In de eerste situatie bekijken we een veldje waarop men 's ochtends 10 gezonde planten plant, in twee rijen van vijf. Zie figuur 9. We nemen aan dat elke gezonde plant per dag een kans van 0,3 heeft om besmet te raken.

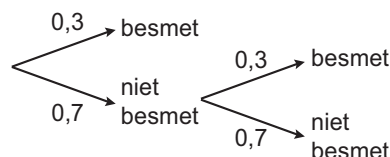
- 4p **16** □ Bereken de kans dat op de eerste dag alle planten van de linkerrij wel besmet raken en alle planten op de rechterrij niet besmet raken.
Rond je antwoord af op vier decimalen.

De tweede situatie gaat over een experiment waarbij op een zeker moment 40 gezonde planten aan besmetting blootgesteld worden. We nemen ook hier aan dat elke gezonde plant per dag een kans van 0,3 heeft op besmetting.

- 3p **17** □ Bereken de kans dat op de eerste dag van het experiment meer dan 12 planten besmet zullen raken.

We bekijken nu de kans op besmetting van een willekeurig plantje van de 40 gezonde planten na twee dagen. In figuur 10 is de bijbehorende kansboom afgebeeld.

figuur 10



De kans dat alle 40 planten na twee dagen niet besmet zijn, is minder dan een miljardste.

- 3p **18** □ Toon dit met een berekening aan.

Bij ditzelfde experiment bekijken we twee willekeurig gekozen gezonde planten. X is het aantal daarvan dat na twee dagen besmet is.

In tabel 3 is een deel van de bijbehorende kansverdeling ingevuld.

tabel 3

Uitkomst X	0	1	2
Kans op uitkomst X			

- 4p **19** □ Bereken de kansen op de verschillende uitkomsten, neem deze tabel over en vul de kansen op de verschillende uitkomsten in.

Voor de kans p dat een plant bij dit experiment in de eerste n dagen besmet zal raken, geldt de formule: $p = 1 - 0,7^n$.

Voor het experiment worden weer 40 gezonde planten gebruikt.

- 3p **20** □ Bereken hoeveel planten naar verwachting na precies één week besmet zullen zijn.

Einde