Correctievoorschrift VWO

2007

tijdvak 1

wiskunde B1

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
   3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
   3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
   3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
   3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
   3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
   3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
   3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
   3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
   3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 82 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Podiumverlichting

1 maximumscore 3

- $\sin\alpha = \frac{x}{r}$ — 1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{x}{r} = \frac{650x}{r^2}$ — 1
- $r^2 = 9 + x^2$ invullen geeft $V = \frac{650x}{9 + x^2}$ — 1

of

- $\sin\alpha = \frac{x}{r}$ — 1
- $r = \sqrt{9 + x^2}$ — 1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{\sqrt{9 + x^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{9 + x^2}} = \frac{650x}{9 + x^2}$ — 1

2 maximumscore 5

- $\frac{650x}{9 + x^2} = 100$ geeft $x^2 - 6,5x + 9 = 0$ — 2
- $(x - 2)(x - 4,5) = 0$ (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) — 1
- De oplossingen $x = 2$ en $x = 4,5$ — 1
- De hoogte moet minstens 2 meter en hoogstens 4,5 meter zijn — 1

3 maximumscore 6

- $V' = \frac{650(9 + x^2) - 650x \cdot 2x}{(9 + x^2)^2}$ — 2
- Als V maximaal is, is V' gelijk aan 0 — 1
- $V' = 0$ geeft $x^2 = 9$ — 2
- De hoogte is 3 meter — 1

Een familie parabolen

4 maximumscore 4

- De oppervlakte is $\int_0^2 3(2x - x^2)\mathrm{d}x - \int_0^2 2(2x - x^2)\mathrm{d}x$ 1
- Dit is gelijk aan $\int_0^2 (2x - x^2)\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $2x - x^2$ is $x^2 - \frac{1}{3}x^3$ 1
- De oppervlakte is $1\frac{1}{3}$ 1

of

- De oppervlakte onder p_3 is $\int_0^2 3(2x - x^2)\mathrm{d}x = \left[3x^2 - x^3\right]_0^2 = 4$ 2
- De oppervlakte onder p_2 is $\int_0^2 2(2x - x^2)\mathrm{d}x = \frac{2}{3} \cdot 4$ 1
- De gevraagde oppervlakte is $4 - \frac{2}{3} \cdot 4 = 1\frac{1}{3}$ 1

Opmerking
Als eerst de oppervlakte onder p_2 berekend is en daarna die onder p_3, dan voor de eerste oppervlakte 2 punten toekennen en voor de tweede oppervlakte 1 punt.

5 **maximumscore 5**

- $n(2x - x^2) = x$ 1
- $x = 1{,}99$ invullen geeft $0{,}0199\,n = 1{,}99$ 2
- Hieruit volgt $n = 100$ 1
- Het antwoord $n > 100$ 1

of

- Beschrijven hoe de x-coördinaat van S_n voor verschillende waarden van n met de GR berekend kan worden 2
- De x-coördinaat van S_{100} is 1,99 2
- Het antwoord $n > 100$ 1

of

- $n(2x - x^2) = x$ 1
- $n(2 - x) = 1$ (of $x = 0$) 1
- $x = 2 - \frac{1}{n}$ 1
- Beschrijven hoe de ongelijkheid $2 - \frac{1}{n} > 1{,}99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden 1
- Het antwoord $n > 100$ 1

of

- $n(2x - x^2) = x$ 1
- $nx^2 - 2nx + x = 0$, dus $x(nx - 2n + 1) = 0$ 1
- ($x = 0$ of) $x = \dfrac{2n-1}{n}$ 1
- Beschrijven hoe de ongelijkheid $\dfrac{2n-1}{n} > 1{,}99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden 1
- Het antwoord $n > 100$ 1

6 **maximumscore 5**

- $\dfrac{dy}{dx} = n(2 - 2x)$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in (0, 0) is $2n$ 1
- $R_n = (1, 2n)$ 1
- De top van p_n is $(1, n)$ 1
- n is de helft van $2n$, dus T_n is het midden van AR_n 1

Twee koplampen

7 maximumscore 3

- Beschrijven hoe $P(X < 2100 \mid \mu = 2500 \text{ en } \sigma = 450)$ met de GR berekend kan worden — 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,187 — 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) $0{,}187^2 \approx 0{,}035$ — 1

8 maximumscore 4

- De gevraagde kans is $P(-20 < V < 20 \mid \mu = 0 \text{ en } \sigma = 450\sqrt{2})$ — 2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,025 — 1

Brievenweger

9 maximumscore 3

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\alpha \approx \frac{1}{6}\pi$ — 1
- Invullen geeft $y \approx 36$ — 1

of

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\frac{1}{4}\pi \text{ rad} = 45°$ — 1
- $y \approx 70\dfrac{\sin(30°)}{\sin(30° + 45°)} \approx 36$ — 1

Opmerking
Als gewerkt wordt met $\sin(30° + \frac{1}{4}\pi)$, *maximaal 1 punt toekennen.*

10 maximumscore 4

- $70\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = 70$, dus $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha$ — 1
- $\alpha + \frac{1}{4}\pi = \pi - \alpha$ — 2
- $\alpha = \frac{3}{8}\pi$ — 1

11 maximumscore 4

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ — 2
- $\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)$ — 1
- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ — 1

of

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ — 2
- $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) + \cos\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ en
  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \cos\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ invullen — 1
- Dit geeft $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ — 1

12 maximumscore 3

- $\dfrac{dy}{d\alpha}$ is minimaal als $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ maximaal is — 1
- $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ is maximaal als $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 1$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ — 1

of

- Beschrijven hoe met de GR de waarde van α gevonden kan worden waarvoor $\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ minimaal is — 2
- $\alpha \approx 0{,}79$ — 1

of

- $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right) = 70\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \dfrac{-2\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^3(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ — 1
- Voor de gezochte waarde van α is $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right)$ gelijk aan 0, dus
  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 0$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ — 1

Opmerking
Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat de extreme waarde een minimum is.

Krasbal

13 maximumscore 4

- Het aantal verschillende speelvelden is $\binom{8}{4}$ — 1
- Het aantal verschillende scoringsvelden is $\binom{4}{2}$ — 1
- Het aantal verschillende krasbalkaarten is $\binom{8}{4} \cdot \binom{4}{2}$ — 1
- Dit is $70 \cdot 6 = 420$ — 1

14 maximumscore 4

- De kortste wedstrijd is PD; deze heeft lengte 2 — 1
- Een langste wedstrijd is bijvoorbeeld VVVVPMPMPD — 2
- De grootste lengte is 10 — 1

15 maximumscore 4

- De wedstrijden met lengte 4 zijn VVPD en PMPD — 1
- De kans op VVPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4}$ — 1
- De kans op PMPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$ — 1
- Het antwoord $\frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{7}$ (of ongeveer 0,14) — 1

16 maximumscore 4

- Veronderstel dat Ruud eerlijk speelt, dus met kans $\frac{1}{2}$ als eerste vakje een P open krast — 1
- Het aantal keren X dat Ruud als eerste een vakje P open krast is dan binomiaal verdeeld met n = 10 en $p = \frac{1}{2}$ — 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 8 \mid n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2})$ met de GR berekend kan worden — 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,055 — 1

De functie $f(x) = \mathrm{e}^x$

17 maximumscore 4

- De oppervlakte is $1\cdot\mathrm{e}^{a+1} - \int_a^{a+1} \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$ — 1
- $\int_a^{a+1} \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a$ — 1
- De oppervlakte is $\mathrm{e}^{a+1} - (\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a) = \mathrm{e}^a$ — 1
- $\mathrm{e}^a = 3$ dus $a = \ln 3$ — 1

of

- De oppervlakte is $\int_a^{a+1} \left(\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve is $\mathrm{e}^{a+1}\cdot x - \mathrm{e}^x$ — 1
- De oppervlakte is $\mathrm{e}^{a+1}(a+1) - \mathrm{e}^{a+1} - (\mathrm{e}^{a+1}\cdot a - \mathrm{e}^a) = \mathrm{e}^a$ — 1
- $\mathrm{e}^a = 3$ dus $a = \ln 3$ — 1

18 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van AB is $\dfrac{\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a}{a+1-a}$ $(= \mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a)$ — 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a = 1$ met de GR of algebraïsch opgelost kan worden — 1
- Het antwoord: $a < -0{,}54$ — 1

19 maximumscore 4

- De lengte is $\int_1^2 \sqrt{1+(\mathrm{e}^x)^2}\,\mathrm{d}x$ — 2
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend — 1
- Het antwoord: ongeveer 4,79 — 1

20 maximumscore 5

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ (of ongeveer 10) 1
- Het omwentelingslichaam van de hele rechthoek heeft inhoud $\pi \cdot e^2 \cdot 1$ (≈ 23) 1
- $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ is niet de helft van πe^2 (of 10 is niet de helft van 23), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud 1

of

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ (of ongeveer 10) 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn $y = e$ en de grafiek van f heeft inhoud $\pi\int_0^1 \left(e^2 - e^{2x}\right) dx$ 1
- De inhoud van dit omwentelingslichaam is $\frac{1}{2}\pi(e^2 + 1)$ (of ongeveer 13), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud 1

Opmerking

Als $\pi\int_0^1 (e - e^x)^2 dx$ *is berekend, maximaal 3 punten toekennen.*

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 25 mei naar Cito.