

**Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 13 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van opgave 3 is een bijlage toegevoegd.**

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Opgave 1

De functie f is gegeven door:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2}$$

10p **1** Onderzoek f en teken de grafiek van f .

De lijn $x = p$ snijdt de horizontale asymptoot in het punt A en de grafiek van f in het punt B .

6p **2** Bereken p in het geval dat $AB = 1\frac{1}{2}$.

V is het vlakdeel ingesloten door de grafiek van f , de lijnen $x = -4$ en $x = -1$ en de x -as.

7p **3** Bereken de oppervlakte van V .

De lijn l door het punt $(0, 1)$ raakt de grafiek van f .

6p **4** Stel een vergelijking op van l .

Opgave 2

Met domein $[0, \pi]$ is voor elke $a \in \mathbb{R}$ een functie f_a gegeven door:

$$f_a(x) = \cos x + a \sin^2 x$$

In figuur 1 is voor enkele waarden van a de grafiek van f_a getekend.

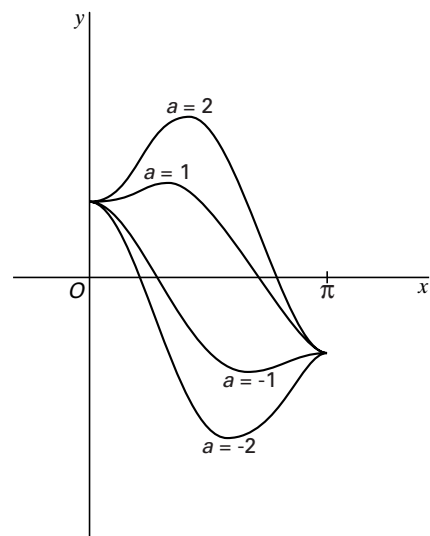
6p **5** Bereken de x -coördinaat van het snijpunt van de grafiek van $f_{\frac{2}{3}}$ met de x -as.

Voor $a > 0$ is V_a het vlakdeel ingesloten door de grafieken van f_a en f_{-a}

6p **6** Bereken a in het geval dat de oppervlakte van V_a gelijk is aan 6π .

7p **7** Bereken voor welke waarden van a de functie f_a alleen maar randextremen heeft.

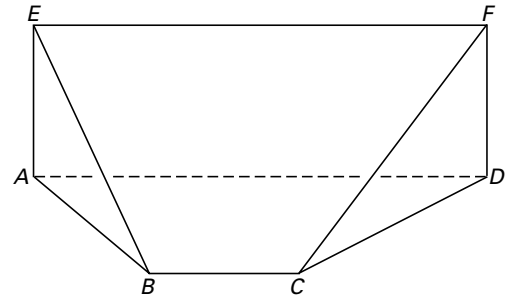
figuur 1



Opgave 3

Van het lichaam dat in figuur 2 en op de bijlage is afgebeeld, is gegeven: vlak $ADFE$ staat loodrecht op vlak $ABCD$, vierhoek $ADFE$ is een rechthoek, $AD \parallel BC$ en $AD = 9$, $AB = CD = 5$, $BC = 3$ en $AE = 3$.

figuur 2



8p **8** Bereken de inhoud van het lichaam.

Punt P ligt op de ribbe EF .

7p **9** Bereken PF in het geval dat $PB + PD$ minimaal is.

Het vlak $ABCD$ draait om AD naar boven, totdat het lijnstuk BC in het vlak $ADFE$ ligt.

Hierbij beschrijft het lijnstuk BC een kwart cilinder.

7p **10** Bereken de maximale afstand van een punt op deze kwart cilinder tot het vlak $EBCF$.

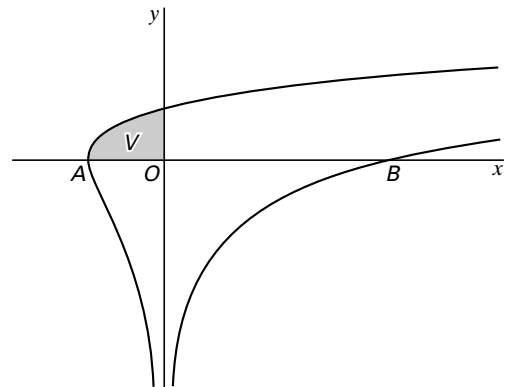
Opgave 4

De kromme K is gegeven door

$$x(t) = t^2 - 2t \text{ en } y(t) = \ln |t|$$

In figuur 3 is K getekend.

figuur 3



6p **11** K snijdt de x -as in de punten A en B . Bereken de hoeken die K maakt met de x -as in de punten A en B . Geef de antwoorden in graden nauwkeurig.

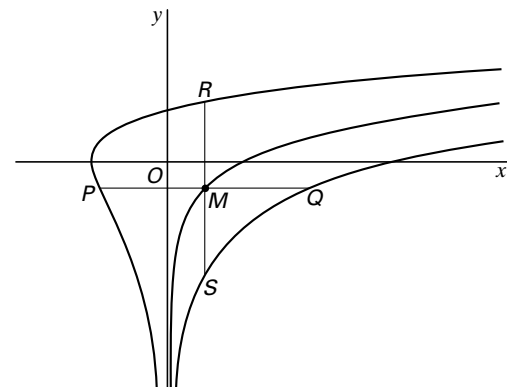
V is het vlakdeel ingesloten door K en de coördinaatassen.

V is in figuur 3 aangegeven.

V wordt gewenteld om de y -as.

8p **12** Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat zo ontstaat.

figuur 4



Het punt $M(a, \ln \sqrt{a})$ ligt op de kromme $y = \ln \sqrt{x}$

De lijn door M evenwijdig aan de x -as snijdt K in de punten P en Q .

De lijn door M evenwijdig aan de y -as snijdt K in de punten R en S . Zie figuur 4.

6p **13** Bewijs dat M zowel het midden is van lijnstuk PQ als het midden van lijnstuk RS .

Einde