

Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 13 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van opgave 3 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Opgave 1

De kromme K is gegeven door

$$\begin{cases} x = t^2 - 4 \\ y = \frac{t^2 + 2t - 3}{t + 1} \end{cases}$$

In figuur 1 is K getekend.

K snijdt de y -as in de punten A en B .

3p **1** Bereken de coördinaten van A en B .

l is de raaklijn in A aan K en m is de raaklijn in B aan K .

7p **2** Bereken de hoek tussen l en m .
Geef het antwoord in graden nauwkeurig.

De asymptoot van K snijdt de kromme in een punt P .

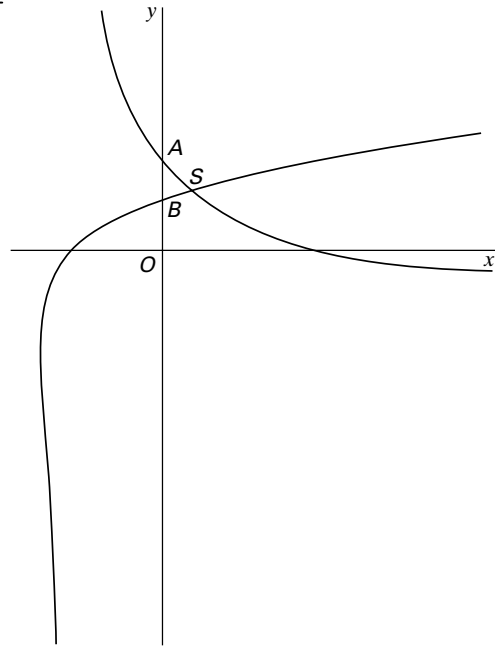
5p **3** Bereken de coördinaten van P .

S is het snijpunt van de twee takken van K ; de y -coördinaat van S is 2.

De lijn $x = q$ heeft precies twee punten met K gemeenschappelijk.

7p **4** Bereken de waarden die q kan aannemen.

figuur 1



Opgave 2

Voor $x \in [0, \pi]$ zijn de functies f en g gegeven door:

$$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \quad \text{en} \quad g(x) = 4 \sin^2 x$$

In figuur 2 zijn de grafieken van f en g getekend.

$A(a, f(a))$, met $0 < a < \frac{1}{2}\pi$, is een snijpunt van de grafieken van f en g .

7p **5** Bereken a .

l is de lijn met vergelijking $x = \frac{3}{4}\pi$.

V is het vlakdeel rechts van l , begrensd door de lijn l en de grafieken van f en g .

Het vlakdeel V is in figuur 2 grijs getekend.

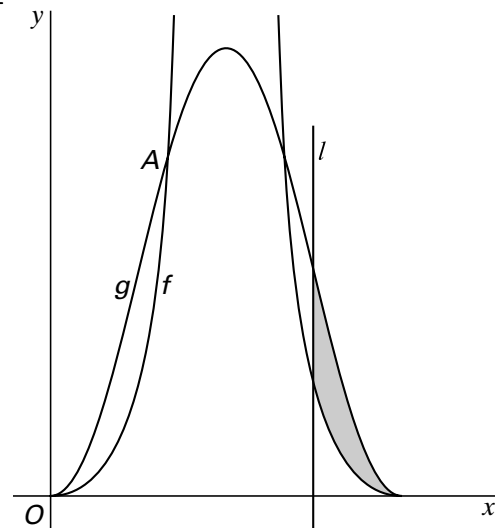
8p **6** Bereken de oppervlakte van V ; geef het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

De lijn $x = p$ snijdt de grafiek van f in P en de grafiek van g in Q .

P en Q liggen op de grafieken tussen O en A .

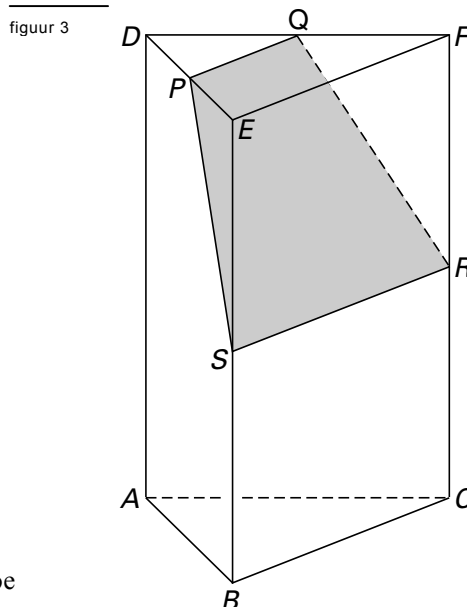
8p **7** Bereken de maximale lengte van PQ .

figuur 2



Opgave 3

Gegeven is het rechte prisma $ABC.DEF$.
 In figuur 3 en op de bijlage zijn
 parallelprojecties van het prisma getekend.
 Het vlak $ACFD$ valt samen met het vlak
 van tekening.
 Driehoek ABC is gelijkzijdig met $AB = 4$.
 $AD = 6$.
 P is het midden van DE , Q is het midden
 van DF en R is het midden van CF .
 V is het vlak door P , Q en R .
 V snijdt BE in het punt S .
 De doorsnede van V met het prisma is
 in figuur 3 grijs gekleurd.



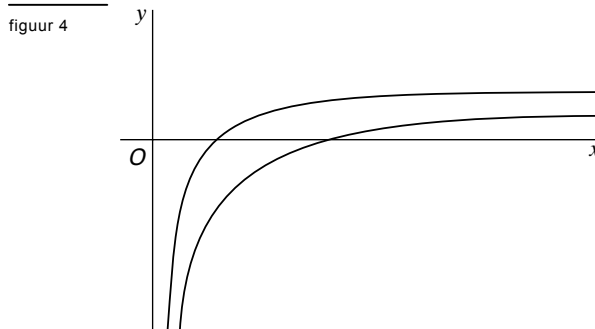
- 6p **8** Bereken de hoek tussen vlak V en
 vlak ABC .
- V verdeelt het prisma in twee delen.
- 8p **9** Bereken de inhoud van het deel waar het punt E toe
 behoort.
- β is de bol door de punten F , Q , E , en A .
- 8p **10** Teken het middelpunt M van β in de onderste figuur op de bijlage.
 Geef een duidelijke toelichting.

Opgave 4

Gegeven zijn de functies

$$f : x \rightarrow \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \quad \text{en} \quad g : x \rightarrow \frac{\ln x - 1}{\sqrt{x}}$$

In figuur 4 zijn de grafieken van f en g
 getekend.
 Het punt P is een punt op de grafiek van f .
 De raaklijn in P aan de grafiek van f gaat
 door de oorsprong O .



- 9p **11** Bereken de coördinaten van P .
- V is het vlakdeel ingesloten door de
 grafieken van f en g en de lijnen $x = e$ en
 $x = e^2$.
- 7p **12** Bereken de inhoud van het
 omwentelingslichaam dat ontstaat als V om
 de x -as wentelt.
- l is een lijn evenwijdig aan de x -as.
 l snijdt de y -as in een punt A .
 l snijdt de grafiek van f in een punt B .
 l snijdt de grafiek van g in een punt C .
- 7p **13** Bereken de x -coördinaat van B in het geval
 dat $AC = 4AB$.

Einde