wiskunde B (oude stijl)

Examen VWO

Voorbereidend
Wetenschappelijk
Onderwijs

20 04

Tijdvak 1
Dinsdag 25 mei
13.30 –16.30 uur

Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 15 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van opgave 4 is een uitwerkbijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Opgave 1

De functie f is gegeven door:

$f : x \to \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$

7p **1** ☐ Onderzoek f en teken de grafiek van f.

De lijn door $O(0, 0)$ en het buigpunt van de grafiek van f snijdt de grafiek van f ook nog in het punt S.

6p **2** ☐ Bereken de coördinaten van S.

De lijn $y = mx$ heeft twee punten met de grafiek van f gemeenschappelijk.

7p **3** ☐ Bereken m.

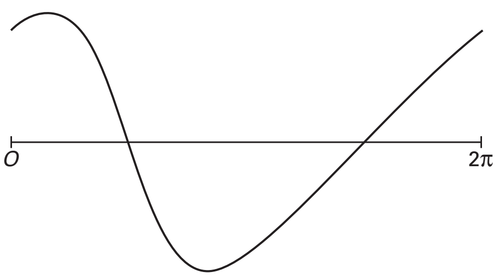
Opgave 2

Met domein $[0, 2\pi]$ is de functie f gegeven door:

$f : x \to \dfrac{3\cos x}{2 - \sin x}$

In figuur 1 is de grafiek van f getekend.

figuur 1



6p **4** ☐ Bereken de coördinaten van de toppen van de grafiek van f.

l is de raaklijn in $(\frac{1}{2}\pi,\ 0)$ aan de grafiek van f.

m is de raaklijn in $(1\frac{1}{2}\pi,\ 0)$ aan de grafiek van f.

5p **5** ☐ Bereken de coördinaten van het snijpunt van l en m.

5p **6** ☐ Bereken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de grafiek van f en de x-as.

Opgave 3

De kromme K is gegeven door:

$$\begin{cases} x = \dfrac{4t}{t^2+1} \\ y = \sqrt{1+t^2} \end{cases}$$

4p **7** ☐ Toon aan dat de y-as zowel symmetrieas als asymptoot van K is.

7p **8** ☐ Bereken de coördinaten van de punten van K waarin de raaklijn aan K evenwijdig is aan één van de coördinaatassen.

3p **9** ☐ Teken K.

4p **10** ☐ Toon aan dat de coördinaten van de punten van K voldoen aan $x^2y^4 = 16(y^2-1)$.

V_p is het vlakdeel ingesloten door K en de lijn $y = p$, met $p > 1$.
I_p is de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door V_p te wentelen om de y-as.

7p **11** ☐ Bereken $\lim\limits_{p \to \infty} I_p$.

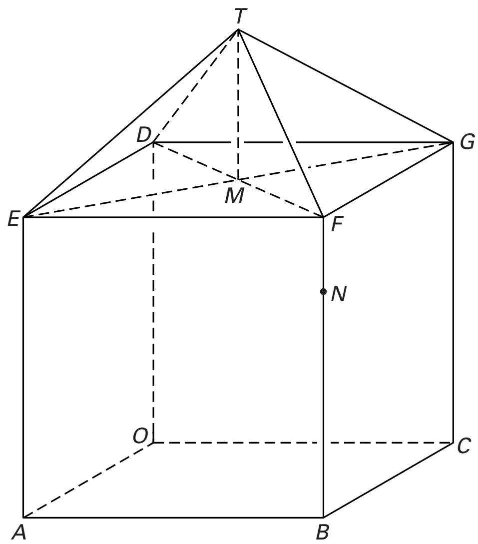
De lijn $y = \sqrt{10}$ snijdt de kromme K in het punt S met positieve x-coördinaat.
De loodlijn vanuit S op de x-as snijdt K verder nog in het punt T.

7p **12** ☐ Bereken de lengte van het lijnstuk ST.

Opgave 4

Het bouwwerk dat in figuur 2 en op de uitwerkbijlage is afgebeeld, bestaat uit de kubus $OABC.DEFG$ met erop de regelmatige piramide $T.DEFG$.
M is het snijpunt van de diagonalen EG en DF.
Verder is gegeven: $AB = 4$ en $TM = 2$.

figuur 2



Op het lijnstuk BF ligt het punt N, zo dat $NF = 1$.

7p **13** ☐ Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de doorsnede van het vlak ANT met het bouwwerk; licht je werkwijze toe.

8p **14** ☐ Bewijs dat de lijn AM de lijn TG loodrecht snijdt.

γ is de cilinder waarvan de grondcirkel de ingeschreven cirkel van vierkant $ABFE$ is en waarvan de as evenwijdig aan de lijn OA loopt.
Het raakvlak door T aan γ dat het vierkant $BCGF$ snijdt, noemen we α.
Het vlak $OABC$ wordt door α gesneden volgens de lijn l.

7p **15** ☐ Bereken de afstand van l tot de lijn BC.

Einde