

Dit examen bestaat uit 13 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel
punten met een goed antwoord behaald kunnen
worden.
Voor de uitwerking van opgave 4 is een bijlage
toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of
berekening vereist is, worden aan het
antwoord meestal geen punten toegekend als
deze verklaring, uitleg of berekening
ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen,
voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd.
Als er bijvoorbeeld twee redenen worden
gevraagd en je geeft meer dan twee redenen,
worden alleen de eerste twee in de
beoordeling meegeteld.

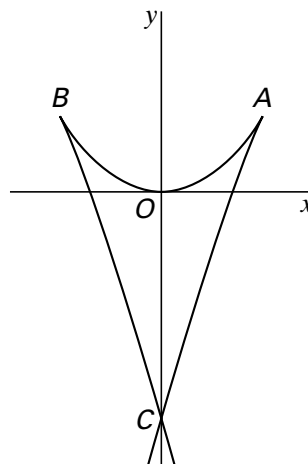
Opgave 1

De kromme K is gegeven door

$$x = \frac{4}{3}t^3 - 4t \text{ en } y = -2t^4 + 4t^2$$

In figuur 1 is de kromme K getekend met daarop de punten A , B en C .

figuur 1



- 5p **1** ☐ Bereken de coördinaten van de punten die K met de coördinaatassen gemeen heeft.
- 7p **2** ☐ Bereken de hoek waaronder K zichzelf snijdt in het punt C . Geef het antwoord in graden nauwkeurig.
- 5p **3** ☐ Bereken de coördinaten van de punten A en B .

P is een willekeurig punt op K dat niet samenvalt met A , B of C .

De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in P aan K noemen we m .

- 5p **4** ☐ Bereken de limietwaarde van m als $P \rightarrow A$.

Opgave 2

Met domein $[0, 2\pi]$ is de functie f gegeven door $f : x \rightarrow 2 \sin^2 x - 2 \sin x$

- 11p **5** ☐ Onderzoek de functie f en teken de grafiek van f .
- 8p **6** ☐ Bereken de totale oppervlakte van de vlakdelen begrensd door de grafiek van f en de x -as.

Voor elke $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ is met domein $[0, 2\pi]$ gegeven de functie g_p door $g_p : x \rightarrow p \sin x$

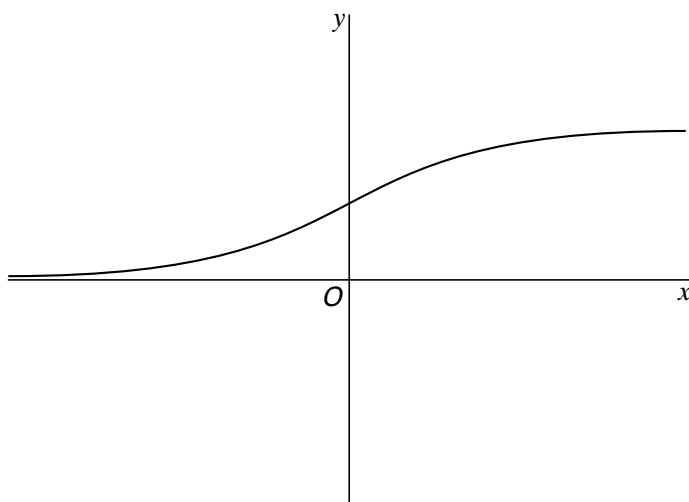
- 8p **7** ☐ Bereken voor welke waarden van p de grafieken van f en g_p vijf verschillende punten gemeenschappelijk hebben.

Opgave 3

Met domein $\mathbb{R}$ is de functie f gegeven door $f : x \rightarrow \frac{2e^x}{e^x + 1}$

In figuur 2 is de grafiek van f getekend.

figuur 2



- 4p **8** ☐ Stel een vergelijking op van elk van de asymptoten van de grafiek van f . Geef een toelichting.

Voor $a > 0$ is V_a het vlakdeel begrensd door de grafiek van f , de lijnen $x = -a$ en $x = a$ en de x -as.

- 8p **9** ☐ Bewijs dat de oppervlakte van V_a gelijk is aan $2a$.

P is het punt van de grafiek van f met x -coördinaat 1.

De raaklijn in P aan de grafiek van f snijdt de lijn $y = 2$ in het punt Q .

P' is de projectie van P op de x -as en Q' is de projectie van Q op de x -as.

- 8p **10** ☐ Bewijs dat de oppervlakte van driehoek $PP'Q'$ gelijk is aan 1.

Let op: de laatste opgave van dit examen staat op de volgende pagina.

Opgave 4

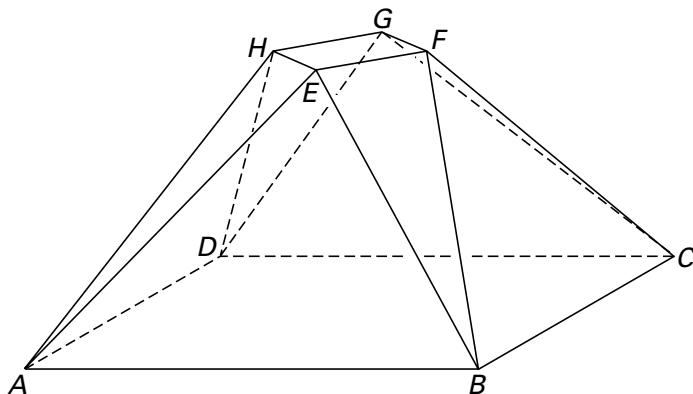
Van het lichaam $ABCD.EFGH$ dat in figuur 3 en op de bijlage is getekend, zijn alle opstaande ribben even lang.

Het grondvlak $ABCD$ is een vierkant met zijde 12.

De zijvlakken ABE , BCF , CDG en DAH maken een hoek van 60° met het grondvlak.

De afstand van de vlakken $ABCD$ en $EFGH$ is $4\sqrt{3}$.

figuur 3



6p **11** ☐ Teken in figuur 2 van de bijlage de loodrechte projectie van het lichaam op het grondvlak $ABCD$. Licht je werkwijze toe.

7p **12** ☐ Bereken de hoek tussen het vlak AEH en het grondvlak $ABCD$. Geef het antwoord in graden nauwkeurig.

β is de bol die door alle hoekpunten van het lichaam $ABCD.EFGH$ gaat.

8p **13** ☐ Bereken de straal van β . Geef het antwoord afgerond op twee decimalen.

Einde