

Examen VMBO-GL en TL
2008

tijdvak 2
dinsdag 17 juni
13.30 - 15.30 uur

wiskunde CSE GL en TL

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 24 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 76 punten te behalen.
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

OVERZICHT FORMULES:

$$\text{omtrek cirkel} = \pi \times \text{diameter}$$

$$\text{oppervlakte cirkel} = \pi \times \text{straal}^2$$

$$\text{inhoud prisma} = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$$

$$\text{inhoud cilinder} = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$$

$$\text{inhoud kegel} = \frac{1}{3} \times \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$$

$$\text{inhoud piramide} = \frac{1}{3} \times \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$$

$$\text{inhoud bol} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{straal}^3$$

Wandelen in het Reuzengebergte

Maria en Peter gaan wandelen in het Reuzengebergte. Ze kopen een wandelkaart van het gebied. Een gedeelte van deze wandelkaart staat op de uitwerkbijlage bij de vragen 1 tot en met 5.
De schaal van deze kaart is 1 : 30 000.

- 2p **1** Op deze kaart staan hoogtelijnen. Het hoogteverschil tussen twee naast elkaar liggende hoogtelijnen is overal even groot.
→ Hoe groot is dit hoogteverschil? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

- 2p **2** Op de kaart, iets onder het midden, is de rivier Klein Zacken te vinden. Deze rivier loopt door een dal. Een deel van dit dal ligt lager dan 600 meter.
→ Kleur op de kaart dit deel van het dal in.

- 2p **3** Stroomt de rivier Klein Zacken van oost naar west of van west naar oost?

Vanaf de plaats Seiferschau loopt een weg omhoog de Ziegenhalsberg op. Het steilste stuk van de weg ligt tussen de punten *A* en *B* op de kaart.

- 2p **4** Laat met behulp van de schaal van de kaart zien dat de horizontale afstand tussen *A* en *B* gelijk is aan 300 meter.

Peter wil met de caravan op deze weg rijden. Wegen met een hellingshoek groter dan 6° zijn verboden voor auto's met caravan.



- 4p **5** Mag Peter op deze weg rijden met zijn caravan? Leg je antwoord uit met een berekening.

Kwartierstaat

Emke heeft twee ouders, vier grootouders, acht overgrootouders, 16 betovergrootouders, enzovoort. Al deze voorouders van Emke worden in een schema geplaatst. Dit wordt een **kwartierstaat** genoemd.

De kwartierstaat van Emke

generatie VI																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		

In deze kwartierstaat krijgt iedereen een nummer. De generaties worden met de Romeinse cijfers I, II, III, IV enzovoort aangeduid.

Emke (**generatie I**) krijgt nummer 1.

Haar vader en moeder (**generatie II**) krijgen nummers 2 en 3.

De ouders van haar vader (**generatie III**) krijgen nummers 4 en 5.

De ouders van haar moeder (**ook generatie III**) krijgen nummers 6 en 7, enzovoort.

Vanaf generatie II hebben alle mannen een even nummer en alle vrouwen een oneven nummer.

- 2p **6** Gesina is een overgrootmoeder van Emke en heeft in de kwartierstaat nummer 9.

→ Welke nummers hebben de andere overgrootmoeders van Emke?

- 3p **7** Emke is op zoek naar het geboortejaar van één van haar voorouders uit de zestiende generatie. Tussen elke generatie zit gemiddeld 30 jaar. Emke is geboren op 11 februari 1990.

→ Wanneer is deze voorouder ongeveer geboren? Laat met een berekening zien hoe je aan je antwoord komt.

In de kwartierstaat van Emke kun je zien dat het aantal personen in een hogere generatie groter is dan het aantal in een lagere generatie.

Er bestaat een verband tussen het aantal personen in één generatie en het nummer van die generatie.

De formule die bij dit verband hoort is:

$$v = \frac{1}{2} \times 2^n$$

Hierin is v het aantal personen in een generatie en n het nummer van de generatie. $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Bijvoorbeeld bij generatie III ($n = 3$) geldt: $v = \frac{1}{2} \times 2^3 = 4$.

In de kwartierstaat van Emke kun je zien dat in generatie III inderdaad 4 personen zitten.

- 2p **8** Bij deze formule hoort een tabel. Deze tabel staat op de uitwerkbijlage.

→ Vul de tabel op de uitwerkbijlage in.

- 3p **9** In een kwartierstaat zit in elke hogere generatie weer een groter aantal personen.

→ In welke generatie zitten voor het eerst meer dan 9000 personen? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Hoge hakken



Britse wetenschappers hebben onderzocht hoe groot de maximale hakhoogte van schoenen voor meisjes en vrouwen mag zijn.

Zij adviseren een meisje dat voor het eerst op hoge hakken wil gaan lopen, de hakhoogte volgens onderstaande formule te kiezen:

$$h = \frac{1}{2} \times (12 + 0,375 \times s)$$

Hierin is h de maximale hakhoogte in cm en s de Britse schoenmaat voor vrouwen.

De Britse schoenmaat voor vrouwen loopt van 2,5 tot en met 10,5 en heeft alleen hele en halve waarden.

Op de uitwerkbijlage bij de vragen 10 en 11 vind je een omreken tabel waarin je kunt zien welke Nederlandse schoenmaat er bij een Britse schoenmaat hoort.

- 4p **10** Cheryl wil voor het eerst schoenen met hoge hakken kopen. Ze ziet in een winkel een paar schoenen met een hakhoogte van 6,9 cm. Cheryl heeft Nederlandse schoenmaat 37.
- Zijn dit volgens de formule schoenen met een geschikte hakhoogte voor Cheryl? Leg je antwoord uit.
- 4p **11** Er zijn in deze winkel ook schoenen te koop met een hakhoogte van 7,8 cm. Meisjes die voor het eerst op hoge hakken willen gaan lopen, kunnen zulke schoenen kiezen als hun schoenmaat groot genoeg is.
- Bereken welke Nederlandse schoenmaat een meisje minstens moet hebben volgens bovenstaande formule om deze schoenen te kunnen dragen. Schrijf je berekening op.

- 5p **12** Voor vrouwen die al een paar jaar op schoenen met hoge hakken lopen, geldt volgens de Britse wetenschappers een andere formule:

$$H = W \times (12 + 0,375 \times s)$$

Hierin is H de maximale hakhoogte in cm en s is de Britse schoenmaat.
 W is de 'wankelfactor' en wordt bepaald door het aantal uren dat een vrouw achter elkaar op die hoge hakken loopt of staat.

W is te berekenen met de volgende formule:

$$W = \frac{28}{45 \times (0,5 \times A + 1)}$$

Hierin is A het aantal uren dat een vrouw, zonder tussentijds te gaan zitten, op die hoge hakken loopt of staat.

Mevrouw Thompson en haar zus zijn op vakantie en mevrouw Thompson wil aan een stadsexcursie meedoen. Haar zus blijft op het terras zitten. Deze excursie duurt vier uur en er is tussendoor geen gelegenheid om te gaan zitten. Beide zussen hebben Britse schoenmaat 4,5.

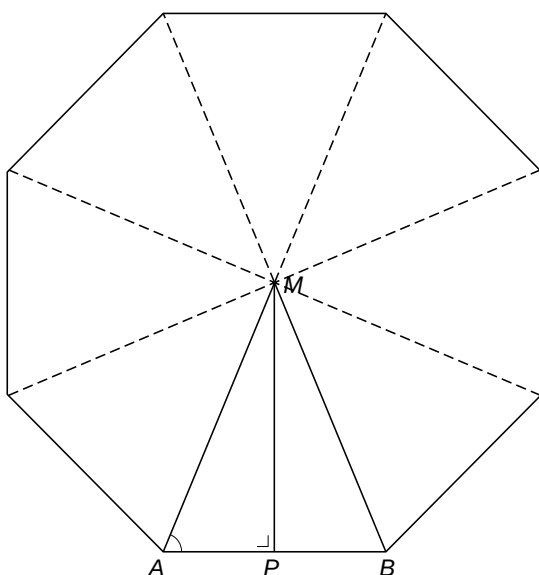
→ Bereken hoeveel millimeter het verschil in maximale hakhoogte van de schoenen van beide zussen volgens bovenstaande formule zou moeten zijn. Schrijf je berekening op.

Droste chocolade

Droste chocolaatjes worden onder andere verpakt in een doosje dat je op de foto hieronder ziet.



De deksel en de bodem van dit Droste doosje hebben de vorm van een regelmatige achthoek. In de vragen 13, 14 en 15 bekijken we een regelmatige achthoek met dezelfde afmetingen als de deksel van het Droste doosje.



Hierboven zie je een regelmatige achthoek. De achthoek bestaat uit acht driehoeken waarvan driehoek ABM er een is.

- 3p **13** Laat met een berekening zien dat hoek A in driehoek ABM gelijk is aan $67,5^\circ$.

Punt P is het midden van AB . De lengte van MP is 9,4 cm.

- 4p **14** Laat met een berekening zien dat AB afgerond gelijk is aan 7,8 cm. Je mag geen gebruik maken van de schaal van de tekening hierboven.

- 4p **15** Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van de regelmatige achthoek afgerond 293 cm^2 is.

De Droste doosjes hebben een hoogte van 3,3 cm.

Ze worden verpakt in een rechthoekige doos, waarvan de binnenmaten 75,2 cm bij 37,6 cm bij 19,8 cm ($l \times b \times h$) zijn.

- 4p **16** Bereken hoeveel Droste doosjes maximaal in de rechthoekige doos passen. Schrijf je berekening op.
- 3p **17** In één achthoekig Droste doosje zit 225 gram chocolade. Deze doosjes zijn ook in een grotere maat verkrijgbaar. Alle afmetingen hiervan zijn 1,5 keer zo groot als het achthoekige Droste doosje van het begin van de opgave. Hierin worden dezelfde soort chocolaatjes op dezelfde manier verpakt.
→ Bereken hoeveel gram chocolade ongeveer in deze grotere achthoekige Droste doos zit. Schrijf je berekening op.

Hoe dik is het ijs?

Als het vriest, wordt het ijs op sloten en meren dikker. Het aantal centimeters dat de ijslaag per etmaal (24 uur) dikker wordt, noemen we de **ijsaangroei**. Als de ijsdikte 6 cm is, kan onderstaande vuistregel gebruikt worden voor de verdere ijsaangroei.

Vuistregel: Per etmaal dat het vriest, is de ijsaangroei 1 cm.

Op 9 december wordt er een ijsdikte van 6 cm gemeten. We gaan er bij de volgende vragen vanuit dat het gedurende de komende tien etmalen vriest.

- 3p **18** Bij de vuistregel hoort een woordformule die het verband aangeeft tussen de *ijsdikte* in cm en het *aantal etmalen* dat het vriest nadat het ijs 6 cm dik is. Op de uitwerkbijlage zie je de grafiek die bij deze woordformule hoort.
→ Schrijf deze woordformule op.



Ook met onderstaande woordformule kan de ijsdikte worden berekend:

Woordformule: $ijsdikte = \sqrt{(18 \times \text{aantal etmalen} + 36)}$

Hierin is de *ijsdikte* in cm en *aantal etmalen* het aantal etmalen dat het vriest nadat het ijs 6 cm dik is.

- 2p **19** Laat met een berekening zien dat volgens deze woordformule de ijsdikte op 11 december afgerond 8,5 cm is.
- 4p **20** In het assenstelsel op de uitwerkbijlage is de grafiek die hoort bij de vuistregel al getekend.
→ Teken in het assenstelsel de grafiek die bij bovenstaande woordformule hoort erbij. Je mag hierbij de tabel op de uitwerkbijlage gebruiken.



- 4p **21** De Elfstedentocht (een schaatstocht van meer dan 200 km in Friesland met duizenden deelnemers en nog veel meer toeschouwers) wordt alleen gereden als de ijsdikte minimaal 15 cm is.
De organisatie wil op 9 december weten of op 19 december het ijs dik genoeg zal zijn voor een Elfstedentocht. Men vraagt twee personen om advies.
De ene gebruikt de **vuistregel** voor de voorspelling van de ijsdikte. De ander gebruikt de **woordformule**.
→ Wat zal het advies zijn van ieder van de twee personen? Leg je antwoord uit. Je mag de grafiek op de uitwerkbijlage gebruiken.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Kwadraat en breuk

Hieronder zie je een rekenmethode waarmee je, te beginnen bij 1, 'de som van een aantal opeenvolgende kwadraten' kunt uitrekenen. Deze som kan worden berekend met een **breuk**.

som van opeenvolgende kwadraten	breuk	uitkomst
---------------------------------------	-------	----------

1^2	$= \frac{1 \times 2 \times 3}{6}$	$= 1$
-------	-----------------------------------	-------

$1^2 + 2^2$	$= \frac{2 \times 3 \times 5}{6}$	$= 5$
-------------	-----------------------------------	-------

$1^2 + 2^2 + 3^2$	$= \frac{3 \times 4 \times 7}{6}$	$= 14$
-------------------	-----------------------------------	--------

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$	$= \frac{4 \times 5 \times 9}{6}$	$= 30$
-------------------------	-----------------------------------	--------

enzovoort

In zo'n breuk staat in de teller altijd een vermenigvuldiging van 3 getallen.

De noemer van de breuk is altijd het getal 6.

Met deze rekenmethode is het niet nodig om alle kwadraten apart uit te rekenen en bij elkaar op te tellen, maar hoef je alleen de breuk op te stellen en de uitkomst te berekenen.

- 2p **22** Hieronder staat de breuk die bij een 'som van opeenvolgende kwadraten' hoort.

$$\frac{11 \times 12 \times 23}{6}$$

→ Schrijf de 'som van opeenvolgende kwadraten' op die bij bovenstaande breuk hoort.

- 3p **23** Bereken de uitkomst van $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 18^2$. Schrijf je berekening op.

- 5p **24** Bereken de uitkomst van $5^2 + 6^2 + 7^2 + \dots + 100^2$. Schrijf je berekening op.