Examen VMBO-GL en TL

2009

tijdvak 1
woensdag 20 mei
13.30 - 15.30 uur

wiskunde CSE GL en TL

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 24 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 75 punten te behalen.
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

OVERZICHT FORMULES:

omtrek cirkel = $\pi \times$ ***diameter***

oppervlakte cirkel = $\pi \times$ ***straal*** ^{2}

inhoud prisma = oppervlakte grondvlak $\times$ ***hoogte***

inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak $\times$ ***hoogte***

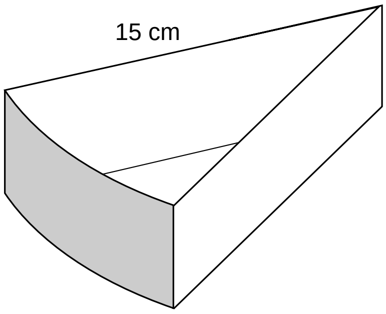
inhoud kegel = $\frac{1}{3} \times$ ***oppervlakte grondvlak*** $\times$ ***hoogte***

inhoud piramide = $\frac{1}{3} \times$ ***oppervlakte grondvlak*** $\times$ ***hoogte***

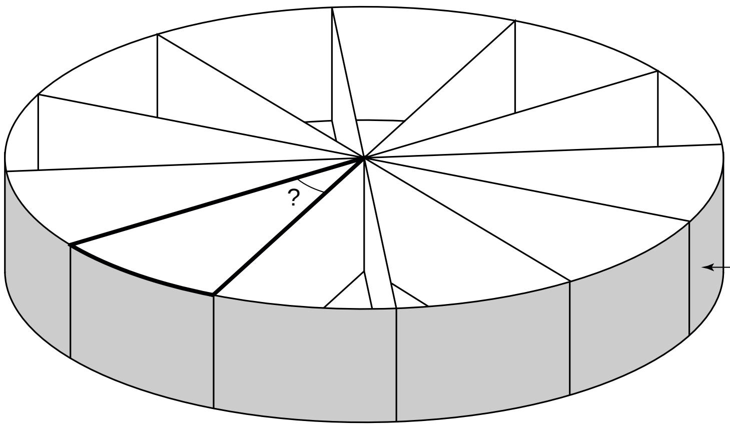
inhoud bol = $\frac{4}{3} \times \pi \times$ ***straal*** ^{3}

Trakteren

Janet trakteert op zelf gevouwen taartpunten van karton met popcorn erin.
Hieronder zie je hoe een taartpunt eruit ziet. De maten staan erbij.



Janet legt 12 dezelfde taartpunten zo tegen elkaar dat er een ronde taart ontstaat. Zie de tekening hieronder.



2p **1** De bovenkant van de taart is een cirkel. In het middelpunt van die cirkel vormen de taartpunten 12 even grote hoeken.

→ Bereken hoeveel graden de hoek van een taartpunt is. Schrijf je berekening op.

Bij de vragen 2 en 3 kijken we naar de ronde taart met een straal van 15 cm en een zijkant met een hoogte van 5,6 cm. Je hoeft geen rekening te houden met de dikte van het karton van de taartpunten.

4p **2** Popcorn wordt verkocht in emmertjes met een inhoud van 1 liter.

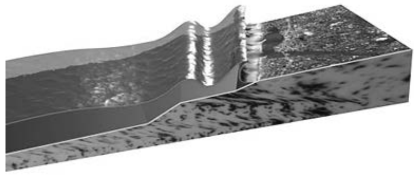
→ Bereken hoeveel emmertjes popcorn Janet minstens moet kopen om de taart tot de rand te vullen. Schrijf je berekening op.

4p **3** Janet versiert de zijkant van de taart met glitters. Met één doosje glitters kan ze 300 cm^2 versieren.

→ Bereken hoeveel doosjes glitters Janet minstens nodig heeft. Schrijf je berekening op.

Vloedgolf

Bij een aardbeving in de zeebodem kan er een vloedgolf ontstaan. Een vloedgolf beweegt zich door het water met een bepaalde snelheid. Hoe dieper het water, hoe groter de snelheid van de vloedgolf is.



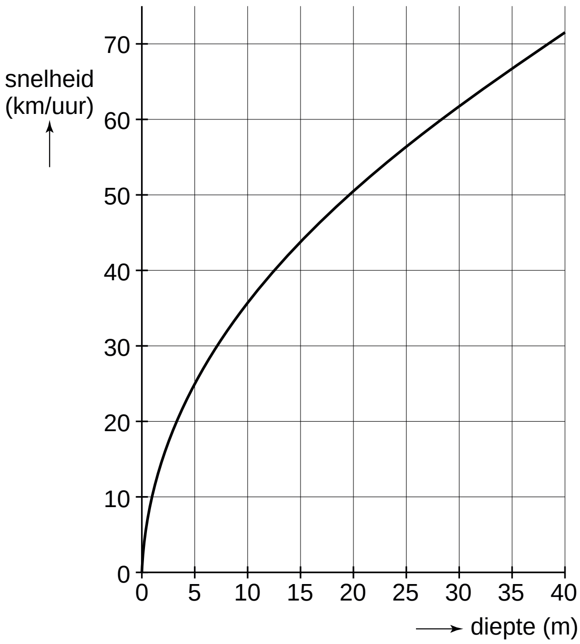
De snelheid van een vloedgolf is te berekenen met de formule:

$$s = 3{,}6 \times \sqrt{(9{,}8 \times d)}$$

Hierin is *s* de snelheid in km/uur en *d* de diepte van de zee in meters.

2p **4** Bij een aardbeving in de zeebodem op 4000 meter diepte ontstaat een vloedgolf.
→ Laat met een berekening zien dat de snelheid van deze vloedgolf ongeveer 713 km/uur is.

Hieronder is het begin van de grafiek getekend die hoort bij bovenstaande formule. Daarin zie je bijvoorbeeld dat, waar de diepte van de zee 30 meter is, de snelheid van de vloedgolf bijna 62 km/uur is.



3p **5** Met de formule kan worden berekend bij welke diepte de snelheid 61 km/uur is.
→ Bereken **in één decimaal** hoeveel meter de diepte van de zee dan is. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Er wordt in de Grote Oceaan gewerkt aan een waarschuwingssysteem voor vloedgolven. Dit systeem bestaat uit apparaten op de bodem van de oceaan die aardbevingen waarnemen. Boven elk apparaat drijft een boei die de gegevens doorseint naar een satelliet.

In de uitwerkbijlage bij de vragen 6 en 7 zie je een kaart van de Grote Oceaan op schaal 1 : 60 000 000. Boei *A* en de steden Honolulu en San Francisco staan hierin aangegeven.

5p **6** Bij boei *A* wordt een aardbeving waargenomen. De vloedgolf die daar ontstaat, verplaatst zich met een gemiddelde snelheid van 350 km/uur.

→ Na hoeveel uren is deze vloedgolf bij San Francisco? Rond af op een geheel getal. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

3p **7** Ergens in de Grote Oceaan ligt boei *B*. De koershoek vanuit Honolulu naar boei *B* is 20° en de koershoek vanuit San Francisco naar boei *B* is 290°.

→ Geef in de uitwerkbijlage met de letter *B* de plaats aan van boei *B*. Uit de tekening moet blijken hoe je deze plaats gevonden hebt.

Burgerservicenummer

burgerservicenummer

Alle Nederlanders hebben een persoonlijk nummer.
Dit nummer heet het burgerservicenummer.
Het burgerservicenummer bestaat uit **negen** cijfers.

Emke heeft bijvoorbeeld burgerservicenummer 0 6 3 7 9 6 3 6 3
Elk burgerservicenummer kan worden voorgesteld door A B C D E F G H Z

Van de eerste **acht** cijfers van het burgerservicenummer wordt de **totaalsom** berekend op de volgende manier:

$$9\times A + 8\times B + 7\times C + 6\times D + 5\times E + 4\times F + 3\times G + 2\times H$$

<-------------- totaalsom ---------------->

De totaalsom van Emke's burgerservicenummer 063796363 is dus
$$9\times\mathbf{0} + 8\times\mathbf{6} + 7\times\mathbf{3} + 6\times\mathbf{7} + 5\times\mathbf{9} + 4\times\mathbf{6} + 3\times\mathbf{3} + 2\times\mathbf{6} = 201$$

2p **8** Het burgerservicenummer van Leon is 345467875.
→ Laat met een berekening zien dat de **totaalsom** (van de eerste **acht** cijfers) 214 is.

Het **negende** cijfer (Z) is het **controlecijfer**. Met dit cijfer wordt gecontroleerd of het burgerservicenummer geldig is.
Dit gaat als volgt:

totaalsom – controlecijfer = getal dat deelbaar is door 11

Bij het burgerservicenummer van Emke is het controlecijfer 3:
201 – **3** = 198 en 198 is deelbaar door 11 omdat 198 : 11 = 18.
Dus het burgerservicenummer van Emke is geldig.

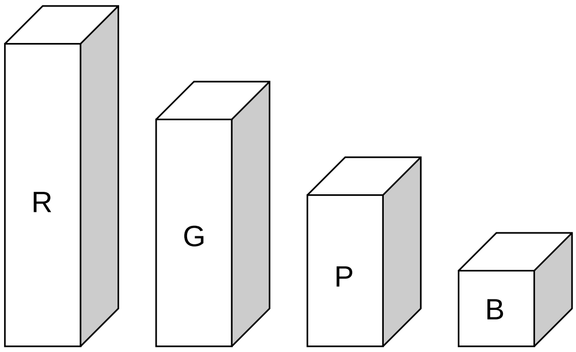
3p **9** Laat met een berekening zien dat ook het burgerservicenummer 345467875 van Leon geldig is.

4p **10** Leg uit waarom niet 999999999, maar 999999990 het grootst mogelijke geldige burgerservicenummer is.

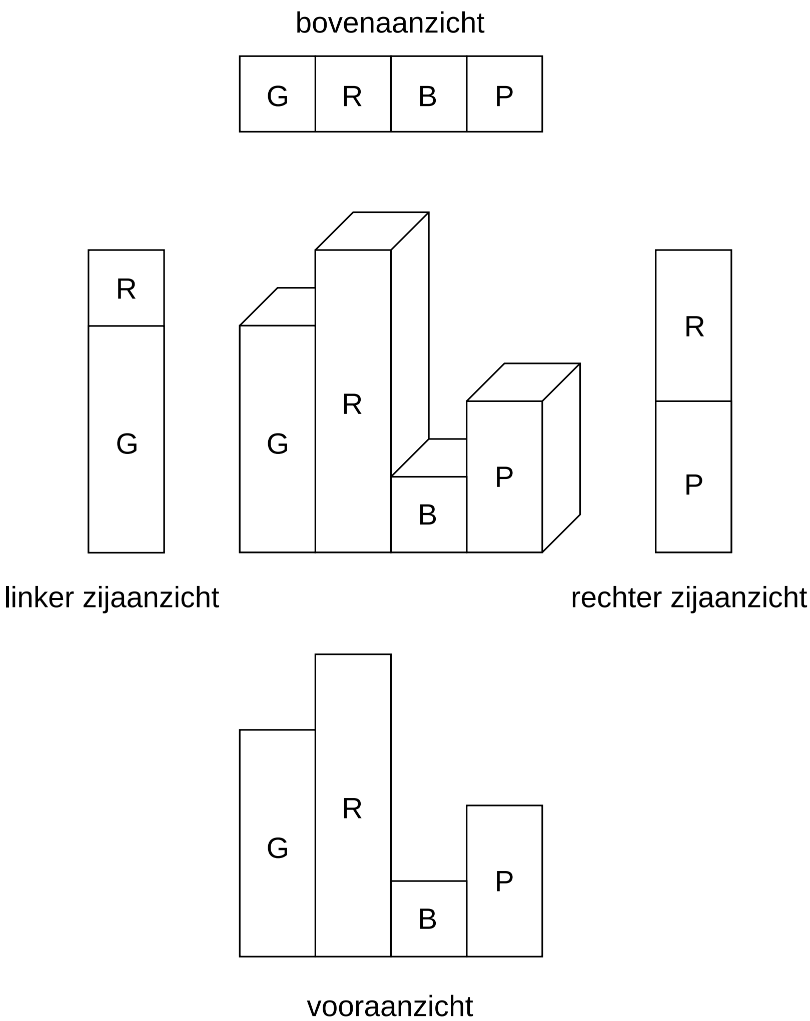
4p **11** Laat met een berekening zien dat er geen geldig burgerservicenummer bestaat waarvan de totaalsom van de eerste acht cijfers 384 is.

Gekleurde blokjes

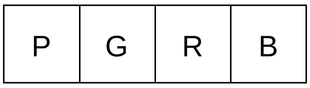
Er zijn vier verschillende blokjes. Elk blokje heeft een vierkant van 1 bij 1 cm als grondvlak. Er is een rood blokje van 4 cm hoog, een groen blokje van 3 cm hoog, een paars blokje van 2 cm hoog en een blauw blokje van 1 cm hoog. Zie de onderstaande tekening.



Vier verschillende blokjes kun je op allerlei manieren in een rij naast elkaar zetten. In de figuur hieronder zie je van een mogelijke rij een tekening met eromheen verschillende aanzichten op ware grootte. De kleuren zijn met een letter aangegeven.



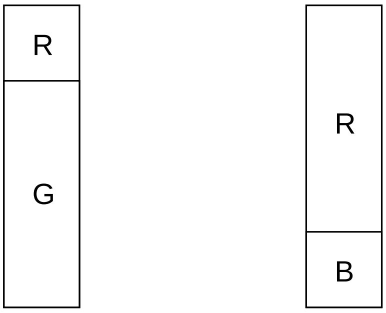
2p **12** Hieronder staat het bovenaanzicht van een andere rij.



→ Teken het rechter zijaanzicht op ware grootte en geef de kleuren erin aan.

3p **13** In de uitwerkbijlage staat het linker zijaanzicht van weer een andere rij met de vier blokjes. Ook staat er een assenstelsel waarin het begin van een ruimtelijke tekening van deze rij gemaakt is. De kijkrichtingen staan erbij.
→ Teken de ontbrekende twee blokjes.

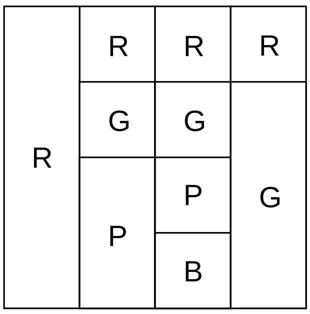
3p **14** Hieronder staan een linker- en een rechter zijaanzicht.



linker zijaanzicht rechter zijaanzicht

→ Bestaat er een rij van de vier blokjes met deze twee aanzichten? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

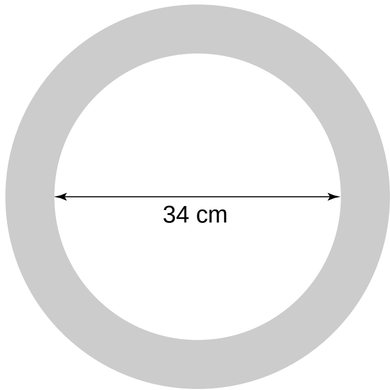
4p **15** Met vier blokjes van elke kleur kunnen 16 blokjes worden neergezet in een vierkant van 4 bij 4 cm. Hieronder staat het vooraanzicht.



Bij dit vooraanzicht zijn verschillende bovenaanzichten mogelijk. Op de uitwerkbijlage staat een bovenaanzicht met de kleuren van de voorste blokjes. Er wordt nu alleen gekeken naar de vier rode blokjes. Het linker rode blokje kan maar op één plaats staan. In het bovenaanzicht in de uitwerkbijlage staat daar een R. Voor de andere rode blokjes zijn er meer plaatsen mogelijk.
→ Zet in het bovenaanzicht een R op alle mogelijke plaatsen waar een rood blokje zou kunnen staan.

Darten

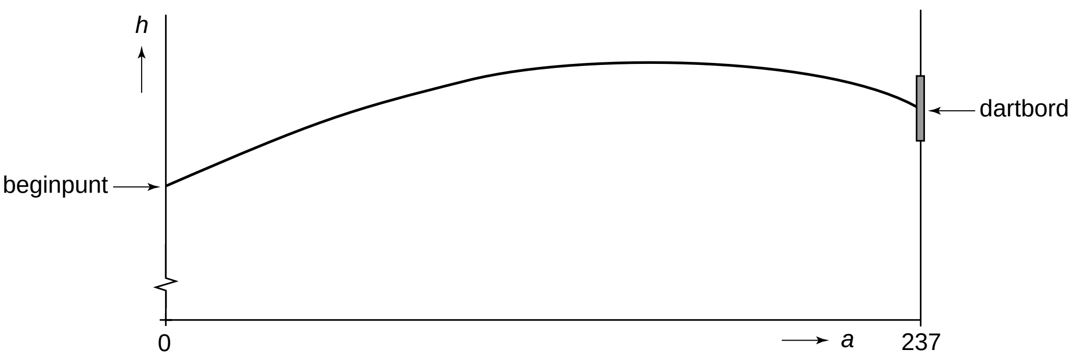
Bij darten worden pijltjes naar een dartbord gegooid.
Hieronder zie je links een foto van een dartbord en rechts een tekening ervan.



4p **16** De oppervlakte van het hele dartbord is 1600 cm^2. Een cirkel met een diameter van 34 cm verdeelt het dartbord in twee delen. Zie de tekening hierboven. Een dartpijl binnen die cirkel levert punten op, een dartpijl in de donkere rand daarbuiten levert geen punten op.

→ Is de oppervlakte van het deel van het dartbord waarin je punten scoort groter dan de oppervlakte van het deel van het dartbord waarin je geen punten scoort? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Jelle werpt een dartpijl. Hieronder zie je een wiskundig model van de baan van de punt van de dartpijl naar het dartbord. Deze baan is een deel van een parabool.



De formule die bij deze baan hoort, is:

$$h = -0{,}001 \times a^2 + 0{,}3 \times a + 160$$

Hierin is *a* de horizontale afstand vanaf het beginpunt in cm en *h* de hoogte van de punt van de dartpijl in cm.

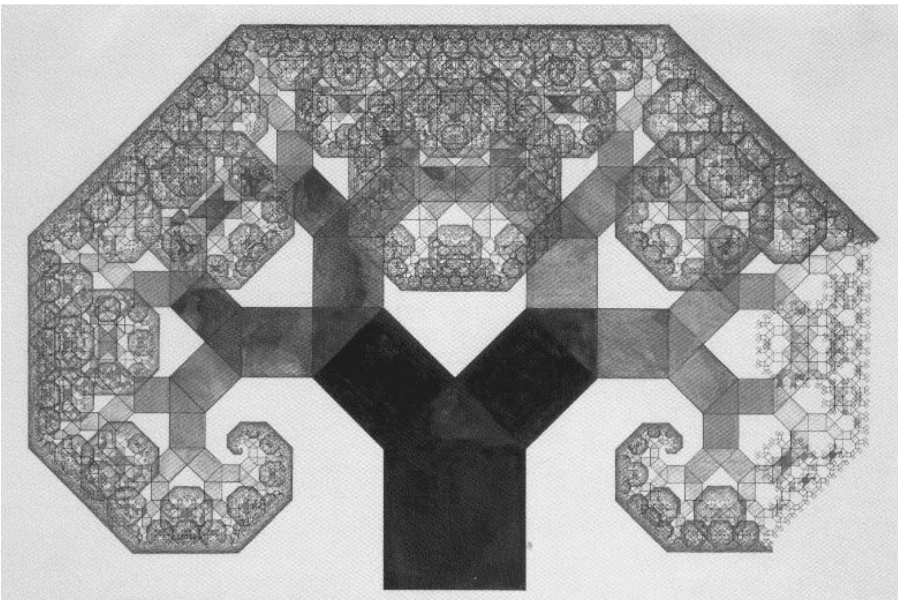
2p **17** Wat is de hoogte van het beginpunt? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

3p **18** Bij het dartbord is a = 237.
Het midden van het dartbord bevindt zich op een hoogte van 173 cm.
De punt van de dartpijl volgt de baan waar de formule op de vorige bladzijde bij hoort.
→ Komt de punt van deze dartpijl precies in het midden van het dartbord terecht? Schrijf je berekening op.

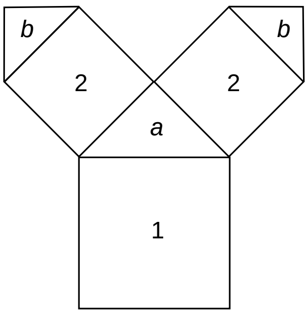
3p **19** Na Jelle is Nick aan de beurt. De punt van zijn dartpijl volgt een wat andere baan. Maar ook deze baan is weer een deel van een parabool. Het eerste stuk van de parabool tot aan de top is in de uitwerkbijlage getekend.
→ Op welke hoogte komt de punt van de dartpijl van Nick op het bord? Geef je antwoord in hele centimeters. Laat in de uitwerkbijlage zien hoe je het antwoord gevonden hebt.

Wiskunde en kunst

Een Pythagorasboom bestaat uit **vierkanten** en **gelijkbenige rechthoekige driehoeken**.



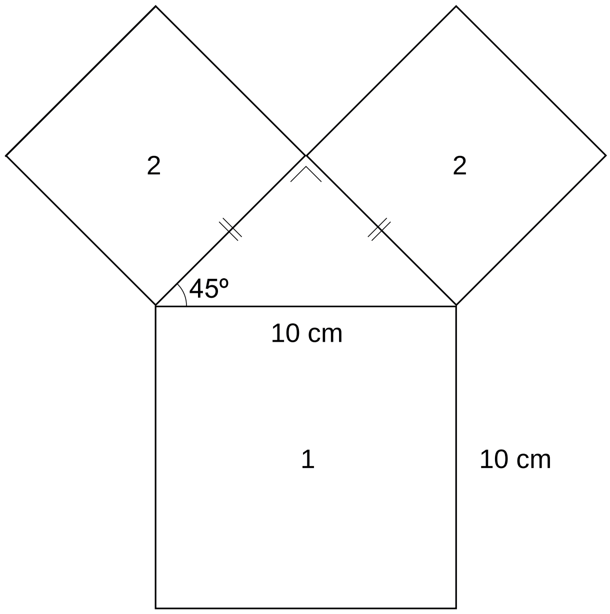
In onderstaande tekening is het begin van een Pythagorasboom getekend.



Het onderste vierkant geven we rangnummer 1.
Op dit vierkant staat een gelijkbenige rechthoekige driehoek *a*.
Aan deze driehoek *a* zitten twee vierkanten met rangnummer 2.
Vervolgens zit aan elk vierkant met rangnummer 2 een gelijkbenige rechthoekige driehoek *b.* Zo wordt de hele boom opgebouwd.

4p **20** Bovenstaande tekening staat vergroot in de uitwerkbijlage.
→ Teken in de uitwerkbijlage aan de linkertak twee vierkanten met rangnummer 3 en twee driehoeken *c*.

Op een poster staat een Pythagorasboom. De oppervlakte van het vierkant met rangnummer 1 is gelijk aan 100 cm^2. Zie de tekening hieronder.



4p **21** Laat zien dat de vierkanten met rangnummer 2 op deze poster beide een oppervlakte hebben van 50 cm^2.

Hieronder zie je een tabel met het rangnummer van het vierkant en de bijbehorende oppervlakte.

rangnummer vierkant	1	2	3
oppervlakte vierkant	100 cm^2	50 cm^2	25 cm^2

2p **22** Wat is het rangnummer van een vierkant met een oppervlakte van 6,25 cm^2? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Hoe hoger het rangnummer, hoe groter het aantal vierkanten.
Het aantal vierkanten dat bij een rangnummer *n* hoort, kun je berekenen met de volgende woordformule:

$$\textit{aantal vierkanten} = \tfrac{1}{2} \times 2^n$$

2p **23** Bereken het aantal vierkanten dat hoort bij rangnummer 10. Schrijf je berekening op.

3p **24** Bij welk rangnummer horen voor het eerst meer dan 25 000 vierkanten? Schrijf je berekening op.